SEP 1927
Not to be Drawn
Office - Peters Ha

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von Johannes Stark

Herausgeber:

Prof. Dr. P. Debye, Prof. Dr. F. Harms und Prof. Dr. R. Seeliger

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von drei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Reichsmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.— vierteljährlich. Für die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft im Inland Reichsmark 9.—, im Ausland $ 2.60. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Reichsmark —.35, Beilagen mit Reichsmark 60.— berechnet.

Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Bücherseendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den Verlag.

No. 16. Ausgegeben am 15. August 1927. No. 740. Printed in Germany. 28. Jahrgang.

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:

E. Kretschmann, Kritischer Bericht über neue Elektronentheorien der Elektrizitäts- und Wärmeleitung in Metallen. S. 565—592.

Besprechungen:

H. Schwerdt, Einführung in die praktische Nomographie. S. 593.

F. Wenner, Praktische Rechenbildkunde. S. 593.

L. Bruninghaus, Données Numériques de Spectroscopie. S. 593.

E. Nesper, Netzanschlußgeräte. S. 593.

St. Meyer und E. v. Schweidler, Radioaktivität. S. 594.

E. Lohr, Atomismus und Kontinuitätstheorie in der neuzeitlichen Physik. S. 595 bis 596.

R. Emden, Thermodynamik der Himmelskörper. S. 596.

H. Kobold, Stellarastronomie. S. 596.

Fr. Becker, Aus den Tiefen des Raumes. S. 596.

E. Freundlich, Das Turmteleskop der Einsteinstiftung, S. 596.

Tagesereignisse. S. 596.

Personalien. S. 596.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Edmund Landau
Professor an der Universität Göttingen

Vorlesungen über Zahlentheorie

Drei Bände / 1035 Seiten

Jeder Band broschiert RM. 20.— / Ganzleinen RM. 22.—

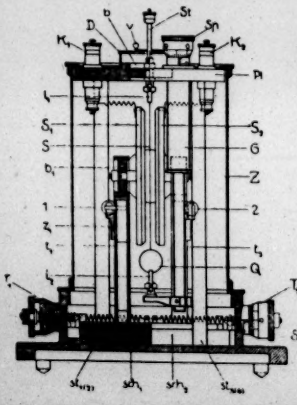
Aus dem Vorwort: Ich will noch einige Kleinigkeiten aus dem Inhalt erwähnen. Zunächst, daß das Buch meinen beiden schon veröffentlichten Bänden über Primzahlen und meinem Buch über Idealtheorie keine Konkurrenz zu machen beabsichtigt. Die Berührungspunkte sind verhältnismäßig gering. Ebensowenig beabsichtige ich eine Gesamtdarstellung der Zahlentheorie zu liefern. Ein Vergleich mit dem Inhalt der Enzyklopädieartikel oder von Dicksons History of the Theorie of Numbers zeigt, wie groß die Welt der Zahlentheorie ist und wie wenig aus dieser Welt der Leser auf diesen vielen Seiten kennenlernt. Aber ich führe ihn in die klassischen und in die schönsten, bisher kaum zugänglichen Gegenden dieser Welt; unter Bevorzugung der Teile, bei denen ich am Wegebau etwas mithelfen durfte, d. h. unter Bevorzugung des analytischen Teiles der Theorie der ganzen rationalen Zahlen.

Inutile de dire combien est grande la contribution personelle de l'auteur dans toutes les questions qu'il examine, et partout il nous donne les renseignements les plus récents sur la question étudiée ... Je terminerai cette courte notice en exprimant mon souhait très sincère de voir traduire en français cette oeuvre capitale. Cela contribuera plus que toute autre chose au développement de la science des nombres par trop délaissée dans le pays de langue française. L'exécution typographique de l'ouvrage est irréprochable. (Revue de l'Université de Bruxelles)

VERLAG S. HIRZEL IN LEIPZIG C 1

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 16. 15. August 1927. 28. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 18 am 5. September 1927.

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:

E. Kretschmann, Kritischer Bericht über neue Elektronentheorien der Elektrizitäts- und Wärmeleitung in Metallen. S. 565.

Besprechungen:

H. Schwerdt, Einführung in die praktische Nomographie. S. 593.

F. Wenner, Praktische Rechenbildkunde. S. 593.

L. Bruninghaus, Données Numériques de Spectroscopie. S. 593.

E. Nesper, Netzanschlußgeräte. S. 593.

St. Meyer und E. v. Schweidler, Radioaktivität. S. 594.

E. Lohr, Atomismus und Kontinuitätstheorie in der neuzeitlichen Physik. S. 595.

R. Emden, Thermodynamik der Himmelskörper. S. 596.

H. Kobold, Stellarastronomie. S. 596.

Fr. Becker, Aus den Tiefen des Raumes. S. 596.

E. Freundlich, Das Turmteleskop der Einsteinstiftung. S. 596.

Tagesereignisse. S. 596.

Personalien. S. 596.

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Kritischer Bericht über neue Elektronentheorien der Elektrizitäts- und Wärmeleitung in Metallen.

Von Erich Kretschmann.

Inhalt.

Vorwort. S. 566.

A. Beobachtungsergebnisse. S. 566.

I. Das elektrische Leitungsvermögen der Metalle. S. 566.
- a) Die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur. S. 566.
- b) Die Änderung der Leitfähigkeit an Umwandlungspunkten und beim Schmelzen. S. 567.
- c) Der Einfluß des Spannungszustandes. S. 567.
- d) Die Leitfähigkeit metallischer Einkristalle. S. 568.
- e) Die Abweichung vom Ohmschen Gesetz nach Bridgman und Anderes. S. 568.
- f) Das spezifische Leitungsvermögen der Metalle im periodischen System der Elemente. S. 569.

II. Die Wärmeleitfähigkeit der Metalle. S. 570.

III. Die Supraleitfähigkeit. S. 570.
- a) Verschiedene Eigenschaften. S. 570.
- b) Dauerströme. S. 571.

B. Theorien. S. 571.

Einleitung. S. 571.

I. Die Leitungselektronen auf Quantenbahnen. S. 572.
- a) Geordnete zusammenhängende Wege. (Kr. Höjendahl) S. 572.
- b) Regellose Übergänge von Quantenbahn zu Quantenbahn (I. Frenkel, Aldolf). S. 574.

II. Thermisch bewegte Leitungselektronen auf festen Wegen. S. 576.
- a) Elektronenketten (I. I. Thomson). S. 576.
- b) Atomketten (P. W. Bridgman). S. 577.

III. Die elektrische Leitfähigkeit von Elektronen auf vorgeschriebenen Wegen. S. 578.

IV. Dipoltheorien (Tch. Bialobjeski, W. Pogorzelski). S. 579.

V. Freie Elektronen im Dissoziationsgleichgewicht. (A. T. Waterman, L. S. Ornstein). S. 580.

VI. Die Frage der Supraleitfähigkeit und die bisher besprochenen Theorien. S. 581.

VII. Ungeordnet bewegte Leitungselektronen unter Wirkung elektromagnetischer Kräfte (E. Kretschmann). S. 584.
- a) Die Bedingung der Supraleitfähigkeit. S. 584.
- b) Eine einfache Widerstandsformel. S. 586.
- c) Zahlenmäßige Darstellung der Supraleitfähigkeit. S. 587.
- d) Die Unverrückbarkeit der Stromlinien in Supraleitern gegenüber magnetischen Kräften. S. 588.
- e) Die Sprungtemperatur. S. 588.

VIII. Die spezifische Wärme der Leitungselektronen und andere Fragen. S. 588.
- a) Kleine Zahl oder geringe Energie der Leitungselektronen (P. W. Bridgman, I. I. Thomson). S. 589.
- b) Auf Quantenbahnen bewegte Elektronen. Der Virialsatz (I. Frenkel). S. 589.
- c) Das Elektronengas. S. 591.

Bezeichnungen.

C = spezifische Wärme, bzw. C_p, C_v.

$-\varepsilon$ = Ladung des Elektrons.

h = Planckscher Wirkungsquantum.

k = Boltzmann-Plancksche Konstante.

$\varkappa$ = spezifische elektrische Leitfähigkeit.

l = (mittlere freie) Weglänge der Leitungselektronen.

λ = Wärmeleitfähigkeit.

m = (Ruh)masse des Elektrons.

n_- = Zahl der zugleich „freien“ bzw. beweglichen Elektronen der Raumeinheit.

n_+ = Zahl der Atomionen der Raumeinheit.

n = Zahl der Atomkerne (Atomzahl plus Ionenzahl) der Raumeinheit.

ν_m = Debyesche Grenzschwingungszahl.

R = Ohmscher Widerstand.

$\sigma = \frac{1}{\varkappa}$ = spezifischer elektrischer Widerstand.

T = absolute Temperatur.

v = (mittlere) Geschwindigkeit der freien oder Leitungs-Elektronen.

Der vorliegende Bericht umfaßt nur theoretische Arbeiten, die nach Abschluß des Enzyklopädieartikels von R. Seeliger (75) über die Elektronentheorie der Metalle, also seit 1921 erschienen sind. Ferner behandelt er dem Gegenstand nach lediglich die elektrische Leitfähigkeit und Supraleitfähigkeit sowie in zweiter Linie das Wärmeleitungsvermögen der reinen Metalle, ohne auf die zahlreichen als „Effekte" dieses oder jenes Namens bekannten Nebenerscheinungen einzugehen. Das deckt sich, wie noch in der Einleitung des theoretischen Teils näher ausgeführt wird, im wesentlichen mit Grundrichtung und Inhalt der neuen hier dargestellten Theorien.

Von zusammenfassenden Darstellungen aus neuerer Zeit sind mir außer dem genannten Artikel von Seeliger noch der Bericht Meißners (61) über „Thermische und elektrische Leitfähigkeit der Metalle" aus dem Jahre 1921, die Monographie von K. Siebel (76) über „Die Elektrizität in Metallen", 1922, und der von P. W. Bridgman (6) dem Solvay Kongreß des Jahres 1924 gegebene „Bericht über die Erscheinungen der Leitfähigkeit in Metallen und ihre theoretische Erklärung" von Nutzen für die Abfassung der vorliegenden Arbeit gewesen. Herrn Bridgman schulde ich besondern Dank dafür, daß er mir einen Durchschlag seines noch nicht gedruckten Berichts auf längere Zeit leihweise überließ.

Der Wiedergabe und kritischen Besprechung der Theorien im zweiten Teil dieser Arbeit ist im ersten eine kurze Zusammenstellung von Beobachtungsergebnissen aus dem oben umschriebenen Gebiete vorangeschickt, in der besonders wenn auch naturgemäß nicht ausschließlich wieder die neuen, seit 1921 gewonnenen Ergebnisse berücksichtigt sind.

Trotz der erwähnten Einschränkung des Gebietes enthält diese Zusammenstellung weit mehr Erfahrungsstoff als von irgendeiner der Theorien[1]) verarbeitet ist und zu ihrer Prüfung verwendet werden konnte. So muß diese vielleicht etwas ermüdende Aufzählung von Tatsachen durch die, wenn auch kleine Hilfe, die sie bei einer künftigen theoretischen Bewältigung des Stoffs vielleicht leisten kann, gerechtfertigt werden.

1) Allenfalls mit Ausnahme der Theorie von Bridgman.

I. Das elektrische Leitungsvermögen der Metalle

a) Die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur.

§ 1. Mit steigender Temperatur wächst auch der Widerstand aller reinen Metalle und zwar bei tiefen Temperaturen — bis hinab zum Eintritt der Supraleitfähigkeit, wo diese statthat — durchweg beschleunigt. Bei höheren Temperaturen wird der Anstieg annähernd gleichförmig und ungefähr proportional zu T. Bei einzelnen Metallen, z. B., *Pt*, *Pd*, *Ta*; wird der Temperaturkoeffizient des Widerstandes[1]) bei höheren Temperaturen kleiner, bei *Fe* und *Ni* z. B. mit Aufhören der Magnetisierbarkeit. Unregelmäßigkeiten treten auch bei *Cu*, *Ag*, *Au*, *Ir* auf. (S. Holborn (44) (45) oder Landolt-Börnstein (1923).)

In Fig. 1 ist für einige mikrokristalline Metalle der Widerstandsverlauf bei tiefsten Temperaturen

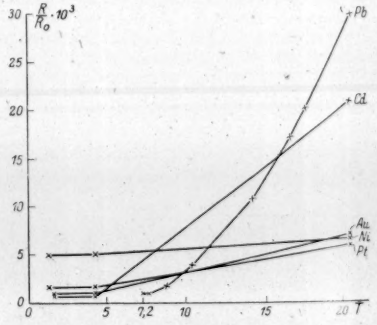


Fig. 1.

nach Messungen W. Meißners (59) an besonders reinen Stoffen[1]) und für *Pb*, das bei 7,2° abs. supraleitend wird, nach K. Onnes und W. Tuyn (85) (S. 23 Tab. VII „*Pb* 1919, I") dargestellt. R/R_0 ist das Verhältnis des Widerstands zum Widerstand bei 0° C.

§ 2. Eine bei vielen Metallen in weitem Bereich gut stimmende Formel für den spezi-

1) $\frac{1}{R}\cdot\frac{dR}{dT} = \frac{1}{\sigma}\cdot\frac{d\sigma}{dT}$ (minus linearem thermischen Ausdehnungskoeffizienten. R = Ohmschem, σ = spezifischem Widerstand. Das zweite Glied rechts ist klein gegen das erste ($\lesssim$ 1 Proz).

fischen Widerstand σ als Temperaturfunktion hat Grüneisen (39) gegeben in:

$$1)\quad \sigma = \text{const}\ T \cdot C_p$$

oder

$$1a)\quad \sigma = \text{const}\ T \cdot F(T/\Theta) \cdot \frac{C_p}{C_v}$$

(C_p, C_v = spezifische Wärme).

Der zweite Ausdruck setzt die Debyesche Theorie der spezifischen Wärme voraus. $F(T/\Theta)$ ist die Debyesche Funktion, Θ die charakteristische Temperatur. Der Faktor C_p/C_v gibt nur eine kleine, für sehr tiefe Temperaturen verschwindende Korrektur.

Nach 1a sollten die Widerstände aller reinen Metalle, bezogen etwa auf den Widerstand bei $T = \Theta$ und als Funktionen von T/Θ aufgetragen nahezu denselben Verlauf zeigen. Das ist, wie Grüneisen zeigt, tatsächlich vielfach der Fall. Doch verliert die Formel 1a ihre Gültigkeit sowohl bei höheren Temperaturen, indem von $T = {}^3/_2\,\Theta$ ab sich stärkere Unterschiede zwischen den verschiedenen Stoffen zeigen, als auch bei ganz tiefen Temperaturen. Hier fällt der Widerstand mit abnehmendem T langsamer ab als nach 1a zu erwarten wäre. Bei der Mehrzahl der Metalle, die bis $\backsim 1{,}5^0$ abs. nicht supraleitend wird (s. W. Tuyn (85)), scheint er in einen kleinen aber endlichen Restwiderstand überzugehen, s. Fig. 1, der sich unterhalb des Siedepunktes von Helium, $4{,}2^0$ abs., fast gar nicht mehr ändert (59), (60), (46), (26).

b) Die Änderung der Leitfähigkeit an Umwandlungspunkten und beim Schmelzen.

§ 3. Der glatte Anstieg des elektrischen Widerstandes mit der Temperatur wird bei höheren T an den „Umwandlungspunkten" unterbrochen die bekanntlich bei *Fe*, *Co*, *Ni* und nach Ch. C. Bidwell (3) bei den Alkalimetallen (*Li*, *Na*, *K*, *Rb*, *Cs*) und nach Marya Kahanowicz (48) auch bei Silber auftreten.

Beim Schmelzen des Metalls wächst der Widerstand meist beträchtlich, für eine Reihe von Metallen auf ungefähr das Doppelte, am meisten bei *Hg*. (Das 3,2 bis 5fache wird von verschiedenen Beobachtern angegeben. Siehe die Zusammenstellung bei K. Siebel (76)).

Nur bei *Bi*, *Ga* und *Sb* nimmt der Widerstand beim Schmelzen ab (76). Dies sind zugleich die einzigen Metalle, die sich beim Schmelzen zusammenziehen (76).

Der Temperaturkoeffizient des Widerstandes ist für das flüssige Metall stets kleiner als für das feste.

c) Der Einfluß des Spannungszustandes.

§ 4. Auch bei der Volumenänderung durch allseitigen Druck bei konstanter Temperatur ändert sich der Widerstand der meisten Metalle in dem Sinne, daß mit der Dichte des Stoffes zugleich seine spezifische Leitfähigkeit zunimmt. (Vgl. z. B. S. Lussana (56) und R. W. Bridgman (10) (11) (12).)

Aus Bridgmans sehr umfangreichen Messungen, die mit Drucken bis zu 12000 kg/cm² ausgestellt sind, geht hervor, daß bei 38 von 44 untersuchten Metallen der Widerstand sich unter Druck verringert.

Zunahme ihres spezifischen Widerstands zeigen *Li*, *Ca*, *Sr*, *Sb* und *Bi*. (Flüssiges *Bi* hat wieder Abnahme.)

Der Widerstand von *Cs* nimmt zunächst schnell ab bis zu einem Minimum bei etwa 4000 kg/cm² und wächst dann beschleunigt.

Die der Arbeit (14) entnommene Fig. 2 zeigt, wie groß die Widerstandsänderung bei den

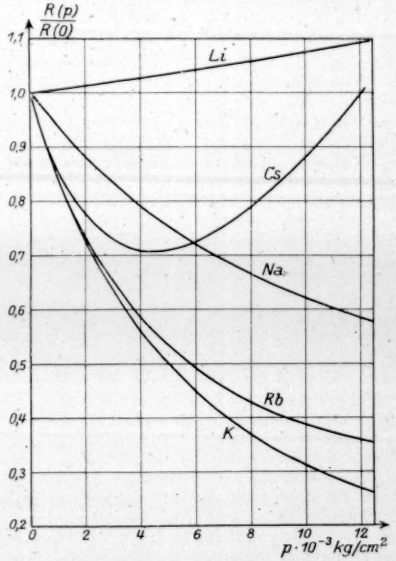


Fig. 2. $T = 273^0$.

Alkalimetallen ist, die ja auch besonders leicht zusammendrückbar sind[1]).

1) Es sind Der gealterte „*Au*-Draht" aus Tab. I. S. 650 l. c., Der „*Cd*-Draht, Stab II gealtert" aus Tab. IV S. 655 und „*Pt* I, *Ni* III" aus Tab. VI S. 654.

1) Der Druckkoeffizient des spezifischen Widerstandes ist um ein Drittel der Kompressibilität höher als der des Ohmschen Widerstandes, den man unmittelbar der Fig. 2 entnehmen kann. Eine Vorzeichenänderung tritt nicht ein.

Bei den meisten festen Metallen liegt der Druckkoeffizient $\frac{1}{R}\frac{dR}{dp}$ des Ohmschen Widerstands zwischen -10^{-6} und -10^{-5} cm²/kg, die Widerstandsabnahme bei $p = 12000$ kg/cm² also zwischen 1,2 Proz. und 12 Proz. [Vgl. die Zusammenstellung bei Siebel (77) S. 44, 45.]

Die Krümmung der $R(p)$ Kurve ist bei allen normalen Metallen und nach (11), (S. 70, 91, 96) auch bei *Li*, *Ca*, *Sr* dieselbe wie in Fig. 2. Die Widerstandsabnahme erfolgt verzögert, die Zunahme beschleunigt.

§ 5. Durch Zug in der Stromrichtung wird der Ohmsche — und, in merklich geringerem Maße, auch der spezifische Widerstand von Drähten aus *Al*, *Au*, *Cu*, *Ag*, *Pt*, *Pt*, *Fe* vergrößert. Dasselbe gilt für die bezüglich des Druckes anormalen Metalle *Li*, *Ca* und *Sb*. Nur bei *Bi* und *Sr* wurde Abnahme des Widerstands gefunden. [Vgl. Bridgman (15) (16) (17) und aus früherer Zeit Tomlinson (84).]

Der Widerstand von *Ni* nimmt zunächst ab (bis $\sim$ 1500 kg/cm²) und dann wieder zu. [(15) S. 53]. Dabei tritt Hysteresis auf.

Die Beträge der Zugkoeffizienten des spezifischen Widerstandes liegen nach den angeführten Messungen zwischen $2 \cdot 10^{-7}$ und $2 \cdot 10^{-5}$ cm²/kg [1]).

Torsion erhöht den Widerstand in Richtung der Torsionsachse bei *Al*, *Cu*, *Pb* und Stahl (24) (23).

d) Die Leitfähigkeit metallischer Einkristalle.

§ 6. Als sehr wichtig für die Ausarbeitung einer genauen Vorstellung über den inneren Mechanismus der Elektrizitätsleitung erscheinen die in neuester Zeit ausgeführten Messungen des elektrischen Widerstands in metallischen Einkristallen.

Kristalle des regulären Systems, in dem z. B. *Cu*, *Ag*, *Au*, *Pb*, *Al*, *Ni*, *Li*, *Na*, *Fe*, *W*, *Mo* kristallisieren, leiten nach Geiß u. v. Liempt (36) und Bridgman (6) u. (22) (S. 306) in allen Richtungen gleich gut [2]). Darüber hinaus konnte Meißner (60) feststellen, daß der Widerstand eines richtig gealterten polykristallinen Golddrahtes bis zur Temperatur 1,6° abs. hinab fast genau so abfällt wie der eines Einkristalldrahts [1]).

§ 7. Die hexagonalen Kristalle von *Zn* und *Cd*, die trigonalen von *Bi*, *Sb* und *Fe* sowie das tetragonal kristallisierte *Sn* haben nur zwei Hauptwerte und Extrema des spezifischen Widerstandes, einen in Richtung der kristallographischen Hauptachse und einen in allen dazu senkrechten Richtungen. [Vgl. Bridgman (22), Grüneisen und Goens (40), (41) W. Meißner (59).]

Bei *Cd* und *Zn* ist der spezifische Widerstand, $\sigma \parallel$, in Richtung der Hauptachse der größere und das Verhältnis $\sigma \parallel$ zu $\sigma \perp$ scheint nach den Messungen von Grüneisen und Goens und von Meißner bei sinkender Temperatur zu wachsen, kommt aber selbst bei Heliumtemperaturen nach den von Meißner angegebenen Zahlen nicht über den Wert 2 hinaus.

Irgendeine ausnahmefreie Beziehung des Widerstands zu den elastischen Konstanten scheint nach der beistehenden der Arbeit Bridgmans (22) S. 381 entnommenen Tabelle nicht zu bestehen.

e) Die Abweichung vom Ohmschen Gesetz nach Bridgman und Anderes.

§ 8. Mehrere neue Untersuchungen liegen vor über Einflüsse auf den spezifischen Widerstand, die für gewöhnlich nicht in Betracht kommen.

Theoretisch von größter Bedeutung wäre unter diesen wohl die Abweichung vom Ohmschen Gesetz, die Bridgman (21) auf folgende Weise gefunden hat. Durch ein Gold- oder Silberblättchen von 80 bis 200 $\mu\mu$ Dicke wird zugleich ein Gleichstrom sehr hoher Dichte, bis $5 \cdot 10^6$ Amp./cm², und ein ihm überlagerter verhältnismäßig schwacher Wechselstrom geschickt. Der Widerstand des von einem Wasserstrom gekühlten Blättchens wird bei gleichbleibenden Strömen in Wheastonescher Brücke sowohl für den Gleichstrom wie — mittels Telephons — für den Wechselstrom gemessen. Der erste ergibt das Verhältnis der elektromotorischen Kraft E zur Stromstärke J, der zweite den Differentialquotienten dE/dJ. Der Unterschied zwischen diesen beiden Größen gibt, soweit er lediglich von der Stromdichte abhängt [2]), ein Maß

Die Kompressibilitäten der Alkalimetalle bei 0° C sind nach Bridgman (13), S. 411 (*Li* 0,0387; *Na* 0,04157; *K* 0,04355; *Rb* 0,04152; *Cs* 0,04170).

1) Über anscheinend sehr schwierige Bestimmungen des Widerstands in einer zum Zug senkrechten Richtung vgl. Bridgman (17) S. 438.

2) Dem widerspricht nur eine Messung von Wh. P. Davy (28) an einem *Cu*-Einkristall.

1) Auch die von Geiß u. v. Liempt (36) angegebenen Werte des Widerstands und seines Temperaturkoeffizienten in *W*- und *Mo*-Einkristallen bei 0° C stimmen mit den entsprechenden Werten derselben Stoffe in polykristallinem Zustande überein.

2) Trotz der anscheinend außerordentlichen Vorsicht, mit der Bridgman alle Nebeneinflüsse zu beseitigen gesucht hat, kann ich kein rechtes Vertrauen zu dem Endergebnis gewinnen. Meine Zweifel heften sich erstens an die Extrapolation auf unendliche Frequenz des Wechsel-

Metalle	Anfängliche lineare Kompressibilität bei 30° C in cm²/kg	Elastische Konstanten: s_{33} ∥ und s_{11} ⊥ in C.G.S.	Linearer Wärmeausdehnungskoeffizient bei 20° C	Spezifischer Widerstand σ bei 20° C in Ohm × cm	Mittlerer Temperaturkoeffizient von σ zwischen 0° C und 100° C	Anfänglicher Druckkoeffizient von σ bei 0° C in cm²/kg
Zn ∥	$12{,}98 \cdot 10^{-7}$	$26{,}38 \cdot 10^{-12}$	$57{,}4 \cdot 10^{-6}$	$6{,}13 \cdot 10^{-6}$	$4{,}19 \cdot 10^{-3}$	$-10{,}87 \cdot 10^{-6}$
⊥	1,95	8,23	12,6	5,91	4,18	− 6,55
Cd ∥	18,3	36,9	52,5 [1])	8,30	4,28 (?)	− 13,1
⊥	2,1	12,9	20,2 [1])	6,80		− 8,7
Bi ∥	15,92	28,7	13,96	138	4,45	+ 24,5
⊥	6,62	26,9	10,36	109		+ 7,5
Sb ∥	16,48	33,8	15,56	35,6	5,95	+ 17,2
⊥	5,26	17,7	7,96	42,6	5,11	+ 1,05
Te ∥	− 4,14	23,4	− 1,6	56000		
⊥	27,48	48,7	27,2	154000		
Sn ∥	6,72	11,8	30,50	14,3	4,47	− 10,96
⊥	6,02	18,5	15,45	9,9	4,69	− 10,28

(s_{11} und s_{33} sind definiert durch $\left(\frac{\partial x_x}{\partial X_x}\right) = \left(\frac{\partial y_y}{\partial Y_y}\right) = s_{11}$ und $\left(\frac{\partial z_z}{\partial Z_z}\right) = s_{33}$ wo x_x, y_y ... die Deformationen, Y_x, X_y ... die Spannungen sind und z der Hauptachse parallel ist.)

für die Abweichung vom Ohmschen Gesetz, das eine geradlinige $E(J)$-Kurve fordert.

Das schließliche Ergebnis seiner Messungen hat Bridgman in der beifolgenden Fig. 3 (l. c. S. 167) dargestellt.

Der, wie man sieht, zunächst äußerst lang-

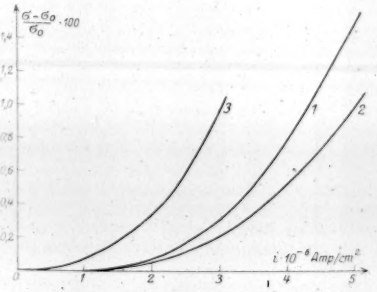


Fig. 3. Kurve 1 gilt für *Ag* von $2 \cdot 10^{-5}$ cm Dicke, 2 für *Au* von $8 \cdot 10^{-6}$ cm und 3 für *Au* von $16{,}7 \cdot 10^{-6}$ cm. σ_0 ist der spezifische Widerstand bei der Stromdichte $i \to 0$.

same Anstieg der Kurven erklärt nach Bridgman den negativen Ausfall aller früheren Versuche,

stroms (s. l. c. Fig. 5, S. 155), die zur Beseitigung der periodisch wechselnden Wärmeentwicklung durch ihn nötig ist, und zweitens an den großen Unterschied des Effektes in Gold von $8 \cdot 10^{-6}$ cm Dicke (Fig. 3, Kurve 2) und in Gold von $16{,}7 \cdot 10^{-6}$ cm Dicke (Kurve 3), den Bridgman, l. c. S. 171, auf die Ausbildung größerer freier Weglängen in dem dickeren Blättchen zurückführt. Aber l. c. S. 146 wird angegeben, daß der spezifische Widerstand des dickeren Goldblättchens (9,75 bis $18{,}5 \cdot 10^{-6}$ Ohm · cm, Mittel: $13{,}3 \cdot 10^{-6}$) größer gewesen sei als der des dünneren (8,4 bis $19{,}7 \cdot 10^{-6}$, Mittel: $11{,}6 \cdot 10^{-6}$)!

1) Aus Grüneisen und Goens (41).

bei niedrigeren Stromdichten Abweichungen vom Ohmschen Gesetz zu finden.

§ 9. Auch über Zunahme des spezifischen Widerstandes dünner Metallschichten mit abnehmender Schichtdicke [vgl. z. B. Pogany (72)] sind neue Beobachtungen angestellt, z. B. von S. S. Makeown (58), I. C. Steinberg (78) und G. R. Wait (86), doch scheint es nicht sicher zu sein, ob sich nicht die ganze, an sich theoretisch wichtige, Erscheinung auf ungenügenden Zusammenhang der Schichten zurückführen läßt.

Von einer Aufladung des Leiters hängt σ in dünnen Goldschichten nach Perkins (71) nur sehr wenig und in *Cu* nach Wenner (88) gar nicht ab, dagegen merklich in *Bi* Perkins (70).

f) Das spezifische Leitungsvermögen der Metalle im periodischen System der Elemente.

§ 10. Die elektrischen Leitfähigkeiten verschiedener Elemente im periodischen System vergleicht man nach Benedicks (1) und Grüneisen (37) sinngemäß, indem man jede vorher mit dem Atomvolumen V des Stoffes malnimmt und so die „atomare Leitfähigkeit"

$$\varkappa \cdot V$$

bildet. Dabei ist nach Grüneisen der Wert dieses Produkts für jedes Metall gemäß der Regel 1 (oben § 2) bei einer Temperatur zu nehmen, die in einem festen Verhältnis, z. B. $^1/_2$, zu seiner Debyeschen charakteristischen Temperatur steht. Statt $\varkappa \cdot V$ schlagen Bridgman (6), Simon (77) und Feussner (34) $\varkappa \cdot V^{1/3}$ vor, das ist der reziproke Widerstand eines Würfels der Größe V, während Cassel (25) die Stärke des

durch einen solchen Würfel von der festen Feldstärke Eins getriebenen Stromes oder $\varkappa \cdot V^{2/3}$ als den gegebenen Vergleichungswert ansieht.

Unabhängig von diesen Meinungsverschiedenheiten zeigen die verglichenen Werte als Funktion der Atomnummer einen Gang, der sich von dem der bekannten Atomvolumkurve wesentlich dadurch unterscheidet, daß außer bei den Alkalimetallen auch bei den anderen Elementen der ersten (Neben-)Gruppe, *Cu*, *Ag*, *Au*, ausgesprochene Maxima auftreten. Von der ersten bis zur achten Gruppe fallen die Werte im allgemeinen ab, aber nicht regelmäßig[1]).

Verschiedene Isotopen eines Elements scheinen, nach den wenigen vorliegenden Beobachtungen, an *Hg* (47) und *Pb* (20) (85) zu schließen, gleiche elektrische Leitfähigkeit zu haben.

II. Die Wärmeleitfähigkeit der Metalle.

§ 11. Die vielfach erörterte Beziehung zwischen Elektrizitäts- und Wärmeleitung scheint nach neueren Beobachtungen nicht so eng oder nicht so einfach zu sein wie früher angenommen wurde. Ausführliche Angaben hierüber findet man bei Meißner (61) S. 229ff.

Immerhin bleibt das Wiedemann-Franzsche Gesetz bestehen. Bei allen gut leitenden festen Metallen ist das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeit λ zur elektrischen bei Zimmertemperatur ungefähr gleich groß — zwischen $2{,}10^8 \cdot T$ und $3{,}10^8 \cdot T$ (elektr.-st. E.) — eine für keine Theorie zu umgehende Tatsache. Auch für die verhältnismäßig schlecht leitenden Metalle *Sb* und *Bi* kommt das Verhältnis der Leitfähigkeiten nach einer anregenden Untersuchung von A. Eucken und O. Neumann (32) in den angegebenen Wertbereich, wenn man von der Wärmeleitfähigkeit den nichtmetallischen dem Atomgitter zugeschriebenen Teil abzieht.

Dagegen fällt das Verhältnis $\lambda/\varkappa T$, das nach Lorenz unabhängig von T sein sollte mit sinkender Temperatur beschleunigt annähernd zu Null ab und wächst auch unverkennbar bei steigender Temperatur, obwohl die Wärmeleitfähigkeit λ allein sich umgekehrt verhält. Vgl. Meißner (61) und F. N. Schofield (74).

Wie sich λ und $\lambda/\varkappa$ unter hohem Druck verhalten, kann bei den großen Widersprüchen zwischen den Ergebnissen von Lussana (56) (57) und von Bridgman (18) (19) zur Zeit nicht gesagt werden.

Bei Torsion eines leitenden Drahtes nimmt nach Calthrop (24) (23) auch λ in *Al*, *Cu*, *Pb* und Stahl ab, unter Änderung von $\lambda/\varkappa$.

Mit der Richtung in *Cd*-, *Bi*-, *Sn*- und *Zn*-Kristallen ändert sich die Wärmeleitfähigkeit nach Bridgmans (19) Messungen in gleichen Sinne wie $\varkappa$. Damit stimmen auch die von G. W. C. Kaye u. J. Keith Roberts (49) gemessenen Werte von $\lambda \parallel$ und $\lambda \perp$ in *Bi* überein.

III. Die Supraleitfähigkeit.

a) Verschiedene Eigenschaften.

§ 12. Wie bekanntlich K. Onnes entdeckt hat (s. Tuyn (85) und die zusammenfassende Darstellung von Crommelin (27)), steigt die Leitfähigkeit von *In*, *Sn*, *Hg*, *Tl*, *Pb* und Uranblei bei bestimmten sehr tiefen „Sprungtemperaturen" plötzlich, d. h. innerhalb eines Bereichs von wenigen hundertsteln Grad auf eine galvanometrisch nicht mehr meßbare Höhe, die Metalle werden „supraleitend". Die Sprungtemperaturen sind für Indium $3{,}4^0$ abs., Zinn $3{,}74^0$, Quecksilber $4{,}2^0$, Thallium $2{,}48^0$, Blei und Uranblei $7{,}2^0$. Die Stoffe *Cu*, *Ag*, *Au*, *K*, *Na*, *Li*, *Al*, *Ga*, *Ge*, *Bi*, *Fe*, *Ni*, *Pt*, werden nach den bisherigen Messungen, die meist bis $1{,}5^0$ abs. oder noch weiter hinabgingen, nicht supraleitend[1]).

Andere irgendwie ungewöhnliche Veränderungen des Stoffs beim Überschreiten der Sprungtemperatur T_s konnten an den supraleitenden Stoffen nicht festgestellt werden.

Die von K. Onnes u. G. Holst (65) gemessene Wärmeleitfähigkeit des Quecksilbers beträgt oberhalb der Sprungtemperatur 0,27 kal/cmsec, zwischen 4,5 und $5{,}1^0$, und unterhalb 0,4 kal/cmsec, zwischen 3,7 und 3,9, hat also keinen besonderen Anstieg und ist nur etwa 3,5 bzw. 5,5 mal so groß wie dicht unterhalb des Schmelzpunktes von *Hg*.

Die spezifische Wärme (65) zeigt ebenfalls keine Unstetigkeit und ist übrigens dem Betrage nach oberhalb wie unterhalb von T_s unerwartet groß.

Eine röntgenspektrographische Untersuchung supraleitenden Bleis bei $4{,}2^0$ abs. durch Keesom ergab ferner keinen Unterschied des mikrokristallinen Zustands gegen den bei gewöhnlicher Temperatur (63).

Der supraleitende Zustand besitzt eine auffallende Unempfindlichkeit gegen Ver-

1) Einen glatten Abfall und für die ersten drei Glieder jeder Periode zugleich bestimmte Beziehungen zu den Elektronenschalen des Bohrschen Systems der Atommodelle erhält man nach Epstein (31), wenn man für $\varkappa \cdot V^{1/3}$ als Vergleichstemperaturen gleiche Bruchteile der Siedetemperaturen bei Normaldruck wählt.

1) K. Onnes (63) erwähnt, daß reines *Cd* unter nicht näher bestimmten Umständen supraleitend wird. Auch die von Tuyn (85) angeführten Messungen (s. besonders die Zeichnung auf S. 48) scheinen mir dafür zu sprechen, daß *Cd* im hinreichend schwachen magnetischen Felde bei etwa 3^0 abs. supraleitend wird. Aber Meißner (35) findet an *Cd* bis zu $1{,}35^0$ abs. hinab keine Supraleitfähigkeit.

unreinigung des Metalls und Legierung. So blieb *Hg* mit starken Zusätzen der nicht supraleitenden Stoffe *Cd* und *Au* noch supraleitend, Zinnamalgam war es noch bei 4,29°, oberhalb der Sprungtemperaturen beider Komponenten.

Blei—Zinn-Legierungen waren immer supraleitend und zwar hinauf bis zu der Sprungtemperatur des Bleis 7,2° die beinahe $3^1/_2$ Grad über der von Zinn liegt (63) (85).

Schließlich ist es wohl bemerkenswert, daß es K. Onnes (65) (§ 9) gelang einen supraleitenden Stromschlüssel aus *Pb* zu bauen, durch den bei 4,2° der Strom abwechselnd durch zwei Berührungsstellen von Blei gegen Blei geleitet wurde, ohne daß die Spur eines Widerstandes entstand.

Dagegen vernichtet ein äußeres Magnetfeld die Supraleitfähigkeit, sobald es einen gewissen Betrag überschreitet. Für Blei bei 4,2° sind dies 600 Gauß. Allgemein setzt es die Sprungtemperatur herab. Vermutlich kann auch der Eintritt gewöhnlichen Widerstandes, der bei hinreichender Erhöhung der Stromstärke beobachtet ist, auf die Wirkung des eignen magnetischen Feldes des Stroms zurückgeführt werden (85).

b) Dauerströme.

§ 13. Besonders deutlich zeigt sich die im supraleitenden Zustande erreichte Höhe der Leitfähigkeit daran, daß Ströme, die in Bleiringen durch Entfernung eines Magnetfeldes induziert waren, stundenlang — nämlich solange die Temperatur tief genug erhalten werden konnte — ohne merkliche Schwächung bestehen blieben und aufeinander wie permanente Magnete wirkten. Aus dem Verhalten zweier solcher Ringe konnte K. Onnes (63) errechnen, daß in Blei bei 4,2° abs. die Leitfähigkeit

$$\varkappa \geqq 10^{12} \cdot \varkappa_0$$

ist, d. h. mindestens 10^{12} mal so groß wie bei 0° C.

Zum Schluß werde noch der folgende merkwürdige und wichtige Versuch von K. Onnes (63) (85) mit Supraleitern kurz beschrieben.

Eine Hohlkugel aus Blei (äußerer Durchmesser 2,9 cm Dicke 0,04 cm) und ein sie umschließender Bleiring (innerer Durchmesser 3,3 cm, rechteckiger Querschnitt $0{,}39 \times 0{,}52$ cm²) wurden konzentrisch, der oben durchbohrte Ring senkrecht stehend, aufgehängt. Beide konnten um die durch ihren Mittelpunkt gehende Aufhängerichtung gedreht werden, ein Drehmoment der Kugel um diese Richtung ließ sich mittels einer Bronzefeder, an der sie hing, bestimmen.

In Ring und Kugel wurden nun bei 4,2° abs. durch Entfernung eines zur Ringebene senkrechten Magnetfeldes koaxiale Dauerströme induziert. Dann wurde die Kugel um 30 Grad um die Aufhängerichtung gedreht (s. Fig. 4. Die Aufhängerichtung ist senkrecht zu x und z. Die Drehung geht von $\mathfrak{H}$ bis z). Dabei trat ein rücktreibendes, vom Magnetfelde $\mathfrak{H}$ des Ringstromes ausgeübtes Drehmoment auf, das sich innerhalb einiger Minuten auf einen festen Wert einstellte. Auf diesem verharrte es während mindestens

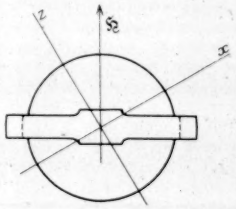


Fig. 4.

6 Stunden, ohne sich, durch Spiegelablesungen beobachtet, um mehr als höchstens $^1/_{50000}$ seines Betrags in der Stunde zu ändern.

Folglich fand während der ganzen Zeit keine merkliche Verschiebung der Stromringe auf der Kugel statt, obwohl das Magnetfeld des Ringes ($\sim$ 100 Gauß) auf den auf der Kugel umlaufenden Strom ($\sim$ 100 Amp.[1]) ein bequem feststellbares Drehmoment ausübte.

Auch die Stärke der beiden Ströme kann sich nach dem Gesagten während der Beobachtungszeit um nicht mehr als um je $^1/_{100000}$ in der Stunde geändert haben. Daraus läßt sich schließen [Verf. (53) S. 135], daß die untere Grenze der Leitfähigkeit in Blei bei 4,2° auf $7{,}5 \cdot 10^{12} \cdot \varkappa_0$ hinaufzusetzen ist.

B. Theorien.

Einleitung.

§ 14. Wenn man versucht, das Erscheinungsgebiet, das durch die im Vorangehenden zusammengestellten Tatsachen beschrieben wird, im ganzen zu überblicken und feste, ohne Unterbrechung durchgehende Grundzüge in ihm zu erkennen, so wird man finden, daß es deren fast gar keine zu geben scheint. Außer der monotonen Zunahme der elektrischen und der

1) Von mir nach den Zahlangaben von W. Tuyn (85) abgeschätzt.

Wärmeleitfähigkeit mit der Temperatur sieht man kaum eine Erfahrungsregel auf dem betrachteten Gebiet, die nicht irgendwo eine oder mehrere Ausnahmen erleidet.

Dieser Eindruck verstärkt sich noch erheblich, wie wohl bekannt ist, wenn man weitere mit der Leitfähigkeit zusammenhängende Erscheinungen, z. B. die thermoelektrischen und die galvano- und thermomagnetischen Effekte, in den Kreis der Betrachtungen einbezieht. Nimmt man hinzu, daß der erste große Versuch, das ganze Erscheinungsgebiet auf einheitlicher Grundlage, nämlich im wesentlichen auf Grund der Drude-Lorentzschen Vorstellung des Leitungsmechanismus, zu bewältigen nach sehr großen darauf verwendeten Anstrengungen gescheitert ist (75), so wird man es vielleicht erklärlich finden, daß die neueren Theorien und insbesondere auch die, von denen hier zu berichten ist, in ihren Ausgangsvorstellungen durchweg und meist sehr tiefgehend voneinander unterschieden sind. Nur darüber, daß der elektrische Strom von negativen Elektronen getragen wird, herrscht Einigkeit, über alles Weitere aber die denkbar größte Uneinigkeit. Diese und das geringe Alter dieser Theorien erklären es auch leicht, daß ihre Durchbildung im einzelnen noch nicht annähernd so weit gediehen ist, wie die der von Riecke und Drude angebahnten Theorie, an derem Aufbau eine ganze Reihe berufener Forscher zusammen gearbeitet haben.

Anscheinend ist es den Erfindern der neuen Theorien zunächst einmal darauf angekommen, möglichst viele oder doch die dem Einzelnen am wichtigsten erscheinende der großen Schwierigkeiten zu überwinden, an denen die alte Theorie gescheitert ist. Die bekannteste unter diesen ist wohl das Fehlen eines merkbaren Beitrags der Leitungselektronen zur spezifischen Wärme der Metalle, erschwert noch durch die Tatsache des Wiedemann-Franzschen Gesetzes. Ferner stellt der schnelle Anstieg der Leitfähigkeit bei tiefen Temperaturen und besonders die Supraleitfähigkeit mit ihren erstaunlichen Eigenschaften eine nicht ohne weiteres zu lösende Aufgabe. Dann ist die besonders von Bridgman betonte Tatsache zu nennen, daß unter Druck oder wenn beim Schmelzen oder Erstarren des Metalls die Atomabstände sich verringern, die Leitfähigkeit der meisten Metalle wächst, während doch die freie Weglänge der Elektronen gemäß der alten Vorstellung abnehmen müßte. Schließlich wird auch für jede tiefer gehende Elektronentheorie der Metalle das bekannte Problem des Übergangs von der langwelligen zur kurzwelligen elektromagnetischen Strahlung des Metalls dringend, von denen die erste nach allen Erfahrungen von den klassischen Gesetzen der Hertzschen Wellen, die zweite von Quantengesetzen beherrscht wird und die sich doch beide stetig zu einem das Planckschе Strahlungsgesetz erfüllenden Spektrum aneinanderfügen sollen.

Die im folgenden besprochenen Arbeiten von Höjendahl, Frenkel, Thomson, Bridgman, Bialobjeski, Pogarzelski, Waterman und dem Verfasser und anderen sind nach der Beschaffenheit der in ihnen den Leitungselektronen zugeschriebenen Eigenbewegung geordnet, und zwar ist die angegebene Reihenfolge in der Hauptsache im Sinne abnehmender Bestimmtheit und Ordnung dieser Bewegung nach Geschwindigkeit und Richtung gewählt. Eine nähere Kennzeichnung findet man in den Überschriften der einzelnen Abschnitte des Folgenden. Der Wiedergabe jeder Theorie folgen unmittelbar die kritischen Bemerkungen, die nur auf sie Bezug haben. Solche von allgemeinerer Bedeutung stehen hinter der letzten Theorie, für die sie gelten. Von dieser Art sind die Ausführungen über „Die elektrische Leitfähigkeit von Elektronen auf vorgeschriebenen Wegen" (Abschn. III), über „Die Frage der Supraleitfähigkeit" (Abschn. VI) und über „Die spezifische Wärme der Leitungselektronen und andere Fragen" im letzten Abschnitte der Arbeit.

I. Die Leitungselektronen auf Quantenbahnen.

a) Geordnet zusammenhängende Wege.

§ 15. Kr. Höjendahl (43) legt seiner Theorie die Vorstellung zugrunde, daß die Leitungselektronen von Atom zu Atom auf festen aneinander stoßenden Quantenbahnen sich bewegen. Eine ähnliche Vorstellung hat auch K. Onnes (66) angedeutet, um die oben, § 13, mitgeteilten Beobachtungen an Supraleitern zu erklären. K. Onnes vermutete, daß sich unter der Wirkung der stromerzeugenden Kraft durch eine ohne Verschiebung der Atomkerne eintretende „elektromagnetische Kristallisation" feste, den ganzen Supraleiter durchziehende und in einem geschlossenen Leiter in sich zurücklaufende Quantenbahnen für die Leitungselektronen bilden, die diese im Atomabstande aufeinanderfolgend ohne jeden Widerstand durchlaufen. Dagegen soll ihnen ein Ausweichen nach der Seite verboten sein, so daß ein Falleffekt im supraleitenden Zustande nicht auftreten kann. Die Form der Bahn denkt man sich jedenfalls am einfachsten als die einer Wellenlinie, die den Atomkernen abwechselnd nach der einen und der andern Seite ausweicht.

Das Bild, das Höjendahl gibt, ist etwas verwickelter. Der Elektronenweg setzt sich aus einer Folge von Tauchbahnschleifen zusammen, welche die gegeneinander versetzten Atome

zweier paralleler Reihen in abwechselndem Sinne umschlingen (s. Fig. 5). Erst die bei Tauchbahnen eintretende starke Drehung der Bahnachse nach jedem Umlauf — um den Winkel Φ in Fig. 5 — ermöglicht nach Höjendahl den stetigen Übergang zum nächsten Atom.

Die so entstehenden zusammengesetzten Bahnen folgen — das ist der wesentliche Unterschied gegenüber K. Onnes — nicht der Richtung der äußeren elektrischen Kraft, sondern den in den

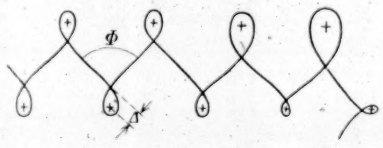


Fig. 5.

Kristalliten des Metalls gebildeten natürlichen Atomreihen, die bei makroskopischer Isotropie alle möglichen Richtungen gleich häufig annehmen.

§ 16. Das Mittel l, der längs der Atomreihen gemessenen Strecken, die von den Elektronen zwischen je zwei Unterbrechungen ihrer Schleifenbahnen zurückgelegt werden, bestimmt, wie Höjendahl annimmt, zusammen mit dem Mittelwert v der in gleicher Richtung gemessenen Elektronengeschwindigkeiten die elektrische Leitfähigkeit $\varkappa$, gemäß der bekannten von Drude für frei bewegte Elektronen aufgestellten Formel:

$$\varkappa = \frac{\varepsilon^2 \cdot n_- \cdot l}{2\,m\,v} \quad (1)$$

Für die Temperaturabhängigkeit von $\varkappa$ ist l maßgebend, da v nach der zugrunde gelegten Vorstellung quantenmäßig bestimmt ist (zu $\sim 10^8$ cm/sec) und auch die Dichte n_- der Leitungselektronen, die hier zugleich Valenzelektronen sind, als annähernd konstant anzunehmen ist.

Den Einfluß der Wärmebewegung der Atome auf l, berechnet Höjendahl folgendermaßen, vgl. Fig. 5. Es sei Δ der normale Abstand, in dem die Bewegung des Elektrons im Augenblick, da es von einem neuen Atom eingefangen wird — also gerade in der Mitte zwischen diesem und dem vorhergehenden Atom — an dem Atomkern vorbeizielt. Bei einer zufälligen thermischen Verschiebung des Atoms um A_1, parallel Δ wird der tatsächliche Betrag dieses Abstandes gleich

$$D_1 = \Delta \pm A_1.$$

1) Auf der rechten Seite der Formel fehlt der Faktor $^2/_3$. Vgl. Verf. Ann. d. Phys. (4) **65**, 720, 1921. Doch kommt es hier wesentlich nur auf die Proportionalität von $\varkappa$ zu l an.

Zu der ersten Störung addieren sich — das wird angenommen — einfach die gleichartigen Störungen der Elektronenbahn bei den folgenden Atomen. Es wird

$$D_q = \Delta \pm A_1 \pm A_2 \pm \cdots \pm A_q, \quad (3)$$

wobei die Vorzeichen aller A abhängig voneinander sind.

Eine Unterbrechung des Wegs erfolgt, sobald D durch den Wert Null geht, dabei kehrt sich der Umlaufssinn des Elektrons um. Das tritt im Mittel nach dem

$$r = \frac{\Delta^2}{A^2} \text{ten Atom} \quad (4)$$

der Reihe ein [1]); denn es ist:

$$(\pm A_1 + A_2 \pm \cdots + A_r)^2 = r \cdot A^2.$$

Die Weglänge l ist proportional zu r und wird somit dem mittleren Amplitudenquadrat der Atomschwingungen oder der Wärmeenergie des Atoms umgekehrt proportional. Also ist nach Gl. (1) auch die elektrische Leitfähigkeit

$$\varkappa = \text{Const} \cdot \frac{1}{U} \quad (U = \text{Wärmeinhalt im ccm}) \quad (5)$$

ebenso wie in der bekannten Theorie von W. Wien (89).

Legierungen.

Die Frage des Widerstands in Legierungen wird von Höjendahl auf Grund des Satzes behandelt, daß ein fremdes Atom den Weg des Elektrons im allgemeinen unterbricht, da sein Präzessionswinkel Φ ein anderer ist. Es ergibt sich so ein konstanter Zusatzwiderstand, der bei geringen Beimengungen von ihrer Art unabhängig und ihrer Konzentration proportional ist, in Übereinstimmung mit bekannten Erfahrungsregeln. Aus der beobachteten Größe des Zusatzwiderstandes wird die Weglänge l bei Zimmertemperatur für eine Reihe fester Metalle berechnet. Sie liegt zwischen 8 Atomgitterabständen bei Platin und deren 110 bei Gold [2]). [Vgl. hierzu auch (4).]

Zur Theorie von Höjendahl.

§ 17. Zu der oben wiedergegebenen Theorie sei vorläufig nur folgendes bemerkt.

1) Es ist geometrisch einleuchtend (vgl. Fig. 5), daß eine Verengung der Bahnschlinge um ein Atom beim nächsten, infolge Vergrößerung des Präzessionswinkels Φ, eine Erweiterung der Schlinge nach sich zieht, d. h. nach Gl. (3) $D_{r+1} - \Delta = -(D_r - \Delta) + A_{r+1}$. Dauernde Zunahme von D ist also nicht möglich.

2) Für flüssiges Quecksilber wird die Zahl 2 angegeben.

Es fehlt eine Begründung:

1. für die Anwendbarkeit der aus ganz anderen Vorstellungen abgeleiteten Formel (1) (vgl. im folgenden Abschn. III) und

2. für die Annahme Gl. (3), daß die thermischen Verschiebungen der nacheinander von einem Leitungselektron umkreisten Atomkerne sich einfach zur Gesamtstörung $(D-A)$ addieren [1]).

Im übrigen gibt, wie Grüneisen (38) gezeigt hat, die wesentlich aus dieser Annahme, abgeleitete Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes Gl. (5) die Beobachtungen nur qualitativ, aber sicherlich nicht quantitativ wieder, besonders bei sehr tiefen Temperaturen, auch abgesehen von der später zu erörternden Supraleitfähigkeit.

b) Regellose Übergänge von Quantenbahn zu Quantenbahn.

§ 18. In seinem in verschiedener Hinsicht anregenden „Beitrag zur Theorie der Metalle", vertritt auch J. Frenkel (35) auf den Virialsatz gestützt (s. unten § 59) die Ansicht, daß die Leitungs- und zugleich Valenzelektronen in Metallen sich dauernd in Quantenbahnen, und zwar Tauchbahnen bewegen und mit Geschwindigkeiten, die nahezu unabhängig von der Temperatur und groß gegen die gaskinetische Geschwindigkeit $\sqrt{3kT/m}$ sind.

Doch sollen sie im Gegensatz zu Höjendahls Auffassung bei gewöhnlicher Temperatur ihre Plätze ganz regellos wechseln, so daß eine fortgesetzte „Selbstdiffusion" der Leitungselektronen zustandekommt.

Elektrizitätsleitung.

Eine gerichtete Strömung der Elektronen erfolgt vermöge dieser Selbstdiffusion, wenn ihre Dichte n_- nach einer Richtung z. B. der x-Richtung ansteigt. Dann bewegen sich in entgegengesetzter Richtung $D \cdot \frac{\partial n_-}{\partial x}$ Elektronen ($D =$ Diffusionskonstante) in der Sekunde durch die Flächeneinheit. Das ergibt einen elektrischen Strom der Dichte

$$i_D = \varepsilon \cdot D \frac{\partial n_-}{\partial x} \qquad (1)$$

in der x-Richtung.

1) Zur Beurteilung mag dienen, daß ein Leitungselektron bei der Größe seiner Geschwindigkeit, die Höjendahl für Fe zu $4{,}3 \cdot 10^8$ cm/sec angibt, den Weg von einem Atom zum nächsten in $\sim 10^{-16}$ sec zurücklegt, während die schnellsten Wärmeschwingungen der Atome Perioden von 10^{-13} bis 10^{-12} sec haben.

Die Dichte n_- der Valenzelektronen hängt im Gleichgewichtszustande bei konstanter kinetischer Energie von ihrer potentiellen Energie U nach dem bekannten statistischen Gesetz

$$n_- = n^0_- \cdot e^{-U/kT} \qquad (2)$$

ab, aus dem

$$\frac{\partial n_-}{\partial x} = -\frac{n_-}{kT}\frac{\partial U}{\partial x} \qquad (2a)$$

folgt. Nun ist aber

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \varepsilon \cdot \mathfrak{E}_x, \qquad (3)$$

wenn $\mathfrak{E}_x$ das gesamte äußere und innere Feld in der $+x$-Richtung ist; und dieses Feld erzeugt den elektrischen Strom $\varkappa \cdot \mathfrak{E}_x$.

Im Gleichgewichtszustande eines isolierten Leiters hält nach Frenkel dieser Strom dem Diffusionsstrome (1) die Wage:

$$\varkappa \mathfrak{E}_x = -\varepsilon \cdot D \cdot \frac{\partial n_-}{\partial x}. \qquad (4)$$

Das ergibt mit Gl. (2a) und Gl. (3):

$$\varkappa = \frac{\varepsilon^2 \cdot n_- \cdot D}{kT} \qquad (5)$$ [1])

Natürlich kann auch nach Frenkels Auffassung in einem stromlosen Leiter ein influenziertes stationäres Feld nur in der äußersten Molekülschicht einen merklichen Betrag haben. Im Innern ist es unmeßbar klein, jedoch nicht völlig gleich Null.

Nach Gl. (5) ist $\varkappa$ bei gewöhnlichen und größeren Temperaturen, für die D als konstant angenommen wird, in annähernder Übereinstimmung mit der Erfahrung (s. oben § 1) umgekehrt proportional zu T. Auch die absolute Größenordnung von $\varkappa$ kommt bei einer Reihe von Metallen richtig heraus unter der Annahme, daß alle Valenzelektronen an der Leitung beteiligt sind und schon nach je einem Umlauf ihren Platz wechseln. Die Erhöhung von $\varkappa$ bei Druck (s. oben § 4) wird, wenigstens qualitativ, als Erleichterung des Platzwechsels durch die Annäherung der Atome aneinander gedeutet.

Dagegen verlangt, wie Frenkel bemerkt, der starke Anstieg von $\varkappa$ bei sehr tiefen Temperaturen, der im Verhältnis $1/C_p$ schneller als $1/T$ erfolgt (s. oben § 2) ein Anwachsen von D in gleichem Verhältnis. Dies wieder läßt auf eine ebenso starke Vergrößerung der in je einer Richtung zurückgelegten Elementarverschiebungen, bei der Selbstdiffusion der Elektronen schließen.

1) Bei zwei oder mehr Arten von Valenzelektronen in jedem Atom wird der Ausdruck für $\varkappa$ etwas verwickelter. S. J. Frenkel l. c. V. 226, Gl. 5a.

Wärmeleitung.

§ 19. Die Wärmeleitfähigkeit einwertiger Metalle berechnet Frenkel mittels der Annahme, „daß die Valenzelektronen bei ihrer Diffusionsbewegung nicht nur ihre Ladung, sondern auch die zusätzliche Energie, welche der Wärmebewegung der Atome entspricht, überführen." Es ergibt sich[1]):

$$\lambda = \mu \cdot C \cdot D \qquad (6)$$

μ = Massendichte,

C = spezifische Wärme.

Für gewöhnliche Temperaturen ist:

$$\mu \cdot C = 3n\,k = 3n_{-} \cdot k \text{ (bei Einwertigkeit)}$$

und aus Gl. (5) und Gl. (6) folgt:

$$\frac{\lambda}{kT} = 3\left(\frac{k}{\varepsilon}\right)^2.$$

Das ist der Drudesche, bekanntlich gut stimmende Wert. ($= 2{,}59 \cdot 10^8\ E \cdot M_{-}$)

N. S. Nasarow, A. Wolf.

§ 20. Im wesentlichen die gleichen Anschauung wie Frenkel vertreten N. S. Nasarow (62) und A. Wolf (90).

Die den Lesern dieser Zeitschrift ja leicht zugänglichen Ausführungen Nasarows sind mir leider, soweit sie über Frenkel hinausgehen, im Kerne unverständlich geblieben.

A. Wolf vervollständigt das Bild der unregelmäßig sich aneinanderschließenden Quantenbahnen der Leitungselektronen durch die Annahme „kritischer Punkte". Das sind Kreuzpunkte der Bahnen, von denen aus jedes ankommende Elektron mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf jedem der von dort ausgehenden Wege, im kubischen Gitter sechs, weitereilen kann.

Seinen Ausdruck der elektrischen Leitfähigkeit findet Herr Wolf folgendermaßen:

Das mittlere Quadrat einer Komponente, x, des von einem Elektron in der Zeit t bei der Diffusion D zurückgelegten Weges ist nach der Theorie der Brownschen Bewegung:

$$\overline{x^2} = 2D \cdot t. \qquad (1)$$

Bei stationärer Strömung der Elektronen in der x-Richtung ist der von den Atomen geleistete Widerstand proportional der Strömungsgeschwindigkeit und entgegengesetzt gleich der auf die Atome dabei ausgeübten Kraft oder:

$$-\varrho \cdot \Sigma \dot{x} = \Sigma M \ddot{X}, \qquad (2)$$

wo M und X Masse und x-Koordinaten der Atome sind und, wie leicht zu sehen:

$$\varrho = \varepsilon^2 \cdot \sigma, \qquad (3)$$

wenn die Summationen sich über einen Kubikzentimeter erstrecken.

Weiter schließt Wolf aus Gl. (2): „Da die Übertragung von Bewegungsgröße ungeordnet bezüglich der Koordinaten erfolgt, so haben wir nach dem Virialtheorem":

$$-\varrho \cdot \Sigma x \cdot \dot{x} = \Sigma M X \ddot{X}$$

oder:

$$-\frac{\varrho}{2}\frac{d}{dt}(\overline{x^2}) = \frac{M}{2}\frac{d^2}{dt^2}(\overline{X^2}) - \mu \overline{X^2}. \qquad (4)$$

Das erste Glied rechts verschwindet und das zweite ist entgegengesetzt gleich der mittleren Wärmeenergie $\overline{E}$ des Atoms.

Links wird ϱ aus Gl. (3), aber auch $\overline{x^2}$ aus Gl. (1) eingesetzt, und so wird:

$$\varepsilon^2 \cdot D \cdot \sigma = \overline{E}, \qquad (5)$$

d. h. der spezifische Widerstand proportional der Atomenergie.

Bemerkungen zu den Theorien von Wolf und Frenkel.

§ 21. Die Unhaltbarkeit der zuletzt wiedergegebenen Überlegung von A. Wolf liegt auf der Hand. Die Diffusionsgleichung (1) gilt nur für nicht strömende Elektronen. $\overline{x^2}$ in Gl. (4) dagegen bezieht sich auf strömende Elektronen[1]).

§ 22. Zu Frenkels Theorie ist vorläufig folgendes zu sagen:

1. Die Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit gründet sich ausschließlich auf die Möglichkeit eines stromlosen Gleichgewichtzustandes zwischen Diffusion und einer nicht völlig verschwindenden E. M. K. im Innern des Metalls.

1) Am einfachsten wohl so: Da $D \cdot n_{-} = D \cdot n$ die Anzahl der durch die Flächeneinheit in 1 sec nach beiden Richtungen gehenden Elektronen ist, so ist bei dem Temperaturgradienten $\partial T/\partial x$ nach der obigen Annahme der Wärmestrom:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -D \cdot n \cdot \frac{C \cdot \mu}{n} \cdot \frac{\partial T}{\partial x}; \text{ denn } \frac{C \cdot \mu}{n} \frac{\partial T}{\partial x}$$

ist der Gradient der Atomwärme.

1) Natürlich müßte man außerdem wie in Gl. (1) so auch in Gl. (2), (3) und (4) jedes x vom Ausgangsort des Elektrons aus messen. Übrigens würde aus Gl. (5) für das Lorentzsche Modell eines metallischen Leiters, ruhende kugelförmige Atome, $\sigma = 0$ folgen.

Diese Möglichkeit ist zwar, da Feld und Ladung, wie Frenkel nachrechnet[1]), höchstens in der äußersten Molekülschicht des Leiters meßbare Beträge haben können, durch die bekannten Beobachtungstatsachen über die Ladungsverteilung in Metallen nicht widerlegt. Andererseits aber fehlt ihr jede experimentelle Stütze. Auch theoretisch, unter Annahme aller übrigen Voraussetzungen Frenkels betrachtet, muß in einem äußeren Felde Gleichgewicht der Elektronen eines Leiters sich einfach deshalb einstellen, weil sie durch die Austrittsarbeit am Verlassen der Leiter gehindert werden, ganz unabhängig davon, ob die Ladungsanhäufung an der Grenze bis zur völligen oder (nach Frenkel) nur annähernden Aufhebung des Feldes im Innern geht. Auf die Grenzschicht ist wegen ihrer geringen Dicke weder der gewöhnliche Begriff der Diffusion noch der der Leitfähigkeit anwendbar.

Somit bleibt die Frage des Gleichgewichts der Leitungselektronen zum mindesten offen; mit ihr aber auch die in Frenkels Theorie zugleich mit ihr beantwortete Frage der elektrischen Leitfähigkeit.

II. Thermisch bewegte Leitungselektronen auf festen Wegen.

a) Elektronenketten.

§ 23. J. J. Thomson hat seine bekannte Dipoltheorie (79) der Elektrizitätsleitung neuerdings durch ein ganz anderes Bild (80) ersetzt, das in wesentlichen Teilen allerdings mehr entworfen als wirklich ausgeführt ist. Die Elektronen befinden sich nach diesem Bilde in festen, durch die Symmetrie der Metallkristallite bestimmten Gleichgewichtslagen zwischen den Ionen (82), (83), (84). Einzelne Elektronen für sich führen lediglich Schwingungen um diese Lagen aus mit einer Energie, die wegen der Größe der Schwingungszahl klein gegen die Atomwärme ist. Nur gegenüber einer gemeinsamen Verschiebung ganzer Reihen oder „Ketten" dieser Elektronen verschwindet in Metallen die rücktreibende Kraft in Richtung der Kette. Jede Kette kann sich als Ganzes längs ihrer eigenen Richtung frei bewegen. Diese Bewegung trägt nach Thomson die Elektrizitäts- und Wärmeleitung. Sie hat für eine ganze Kette die mittlere kinetische Energie $\frac{1}{2}kT$ eines Freiheitsgrades bei der Schwingungszahl 0. Auf das einzelne Elektron einer Kette von r Gliedern entfällt somit nur

$$\frac{m}{2}v^2 = \frac{1}{2}\frac{kT}{r}. \tag{1}$$

Wenn r groß ist — Thomson schätzt: $r \sim 10000$ bei 15° C (s. u.) —, so wird also der Beitrag der Kettenelektronen zur spezifischen Wärme unmerklich.

Elektrische Leitfähigkeit.

§ 24. Aus Gl. (1) folgt die Kettengeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}}\sqrt{\frac{T}{r}}. \tag{1a}$$

Die in einem äußeren elektrischen Felde zu v hinzukommende Strömungsgeschwindigkeit wird für gewöhnliche Temperaturen mittels der Annahme bestimmt, daß bei jedem Vorübergange eines Kettenelektrons an einem neuen Ion einer der zur Kette benachbarten Ionenreihen, also nach je einer Verschiebung der Kette um eine Gliedlänge, a, ein Ausgleich der Elektronen- und Atomenergien stattfindet und daher nur eine der Zeit $\frac{a}{v}$ proportionale Zusatzgeschwindigkeit erreicht wird. Dieser ist auch die elektrische Leitfähigkeit proportional

$$\varkappa = \frac{\text{Const.}}{v}. \tag{2}$$

Die Geschwindigkeit v und nach Gl. (1) zugleich die Kettenlänge $r \cdot a$ denkt sich Thomson durch die Kräfte des inneren (schwarzen) Strahlungsfeldes der Metalle bestimmt. Im stationären Gleichgewichtszustande soll die Zeit a/v ungefähr gleich der Schwingungsperiode λ_m/c der maximalen Schwingungsintensität sein[1]), und da nach dem Wienschen Verschiebungsgesetze

$$\lambda_m \cdot T = b = 0{,}29 \text{ cm grad}$$

λ_m umgekehrt proportional zu T ist, so auch a/v und damit nach (2)

$$\varkappa = \frac{\text{Const}^2)}{T}. \tag{3}$$

1) Frenkel findet Abnahme der Ladungsdichte auf $1/e$ im Abstande $1{,}43 \cdot 10^{-9}\sqrt{\frac{vT}{273}}$ cm, wo v das Molvolumen, also die Wurzel von der Größenordnung 1 ist. Der Zahlfaktor muß nach meiner Rechnung richtig $1{,}5 \cdot 10^{-10}$ heißen.

1) Der bei tieferen T stärkere Anstieg von $\varkappa$ wird durch Abnahme der Energieübertragung bei langsamerem Vorübergang der Kettenelektronen an den Ionen erklärt.

2) An anderer Stelle in (82) wird die Kettenlänge ungefähr gleich $\lambda_m/2$ gesetzt, soweit ich verstehe deshalb, weil längere Ketten mit ihren Enden in entgegengesetzte Teile des Wechselfeldes der Strahlung geraten und zerrissen würden. Auch so ergibt sich Gl. (3), doch mit wesentlich anderer Konstante.

Wärmeleitfähigkeit.

§ 25. Die Wärmeleitung innerhalb der Elektronenketten selbst ist nach Thomson praktisch vollkommen, so daß auch bei ungleicher Körpertemperatur alle Elektronen einer Kette die Temperatur des Mittelpunkts der Kette haben, und sich daher zur Hälfte in wärmerer, zur Hälfte in kälterer Umgebung befinden. Die erste Hälfte nimmt bei jedem Vorübergang an den Ionen Wärme auf, die andere gibt die gleiche Wärme, die längs der Kette augenblicklich zu ihr geleitet wird, gleichzeitig wieder ab. Unter weiteren Annahmen über die Größe dieses Energietransports findet Thomson so eine von T, in nicht zu weitem Bereiche, unabhängige Wärmeleitfähigkeit.

Zur Theorie von J. J. Thomson.

§ 26. Die Beurteilung der Theorie Thomsons wird sehr erschwert durch ihre Unbestimmtheit. In der vorliegenden Form erscheinen die angenommenen Gesetze der Bildung, Bewegung und Wärmeleitung der Ketten als nicht hinreichend begründet. Das elektrische Feld der Strahlung, die nach Thomson die Länge der Ketten bestimmen soll, ist z. B. bei 20° C im Mittel nicht größer als das Feld einer Elementarladung in der Entfernung $4 \cdot 10^{-4}$ cm $\sim$ 10000 Atomabständen.

b) Atomketten.

Elektrizitätsleitung.

§ 27. Auch bei P. W. Bridgman (6), (7), (8), (9) finden wir wie bei Thomson thermisch bewegte Leitungselektronen auf festen Bahnen, doch treten sie nicht mehr in Reihen auf, sondern einzeln in einer gegen die Atomzahl kleinen Anzahl, und ihre Wege gehen, wenigstens in der Regel, durch das Innere der Atome, die ihrerseits in Reihen aneinander gedrängt sind wie zusammengeschobene Perlen einer Kette. Durch die gerade oder auch gekrümmte Reihe auf der ähnlich dem Kettenfaden stets im Innern der Atome bleibenden Bahn bewegt sich das Elektron widerstandslos[1]) Erst das Ende der Reihe, an dem es austritt bzw. eintritt, unterbricht seine „freie Weglänge“ l. Durch diese ist nach Bridgman die elektrische Leitfähigkeit bestimmt gemäß der alten Lorentzschen Formel

$$\varkappa = \sqrt{\frac{2}{3\pi}\frac{n_-\cdot\dot{\varepsilon}^2\cdot l^1)}{m\cdot v}}. \qquad (1)$$

Die mittlere Geschwindigkeit v der Leitungselektronen ist die gaskinetische $mv^2 = 3kT$; die Anzahl der Elektronen ist, wie Bridgman aus der Wärmeleitfähigkeit errechnet, ziemlich klein $\left(\sim\frac{1}{10}\text{ bis }\frac{1}{30}\right)$ gegen die der Atome und dadurch auch ihr Beitrag zur spezifischen Wärme.

Von der Temperatur hängt außer v nur die Länge l der Atomreihen wesentlich ab, und zwar ist sie nach Bridgman umgekehrt proportional zur Amplitude A der Wärmebewegung der Atome zu setzen. Denn durch diese werden die Atomreihen zerrissen.

$$l = \text{Const}/A. \qquad (2)$$

Bei gewöhnlicher Temperatur ist die Schwingungsenergie der Atome zu T proportional oder

$$A^2 = \text{Const}\,T.$$

Also

$$l = \text{Const}/\sqrt{T} \qquad (3)$$

und da v zu $\sqrt{T}$ proportional ist:

$$\varkappa = \text{Const}/T, \qquad (4)$$

wie die Beobachtungen es fordern.

§ 28. Der eigentliche Erfolg der Verlegung der Elektronenwege ins Innere der Atomreihen liegt aber in der Deutung der Beobachtung, daß $\varkappa$ bei Druck und andern Einwirkungen, welche die Atomabstände verringern, in der Regel wächst[2]). Vgl. oben § 3 und § 4. Es ist anschaulich einleuchtend und wird von Bridgman auch rechnerisch belegt, daß hierbei die Reihen der dicht aneinanderliegenden Atome verlängert werden.

Indessen erlauben die fraglosen Ausnahmen (§ 4) von der genannten Erfahrungsregel es doch nicht, das gegebene Bild der Elektrizitätsleitung als allgemeingültig zu betrachten. In Lithium und den andern bezüglich der Druckwirkungen auf die Leitfähigkeit anormalen Metallen (außer *Bi*) bewegen sich die Elektronen nach Bridgman frei in „Kanälen“ zwischen den Atomen statt in ihnen. Auch in anderer

1) Als Stütze dieser Annahme führt Bridgman die bekannten Versuche von Ramsauer u. a. an, nach denen langsame Elektronen Edelgasatome ohne Ablenkung durchfliegen können.

1) Hier bezeichnet l das Mittel des ganzen Wegs, daher ist der Zahlfaktor nur halb so groß wie z. B. in (75) S. 790 angegeben, wo l die mittlere Entfernung vom augenblicklichen Ort des Elektrons bis zum Ende des Wegs bedeutet.

2) Ganz im Gegensatz zu dem, was nach der alten Drude-Lorentzschen Vorstellung zu erwarten wäre.

Hinsicht muß das Bild abgeändert und ergänzt werden[1]).

Wärmeleitung.

§ 29. Die Wärmeübertragung durch Elektronen berechnet Bridgman wie H. A. Lorentz, der bekanntlich einen im Verhältnis zur Elektrizitätsleitung um etwa $^1/_3$ zu kleinen Wert findet[2]). Den Rest erklärt Bridgman (9) durch die Wärmeleitung der Atomreihen selbst.

III. Die elektrische Leitfähigkeit von Elektronen auf vorgeschriebenen Wegen.

§ 30. Im Anschluß an die Theorie Bridgmans möge eine Bemerkung ihren Platz finden,

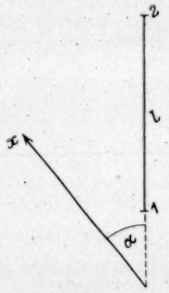


Fig. 6.

die für alle Theorien gilt, die mit festen durch das äußere Feld nicht veränderlichen Wegen der Leitungselektronen arbeiten.

Es sei 1, 2 (Fig. 6) ein solcher, der Einfachheit halber geradliniger Weg der Länge l. Er werde ohne äußeres Feld in beiden Richtungen mit der Geschwindigkeit v durchlaufen. Das äußere Feld vermehre die Geschwindigkeit in der Richtung $1 \to 2$ um den verhältnismäßig kleinen mittleren Betrag Δv und vermindere sie in der Richtung $2 \to 1$ um ebensoviel. Dann sind die Zeiten, während deren ein den Weg durchlaufendes Elektron auf ihn verweilt,

$$\tau_{12} = \frac{l}{v + \Delta v} \text{ in Richtung } 1 \to 2 \text{ und}$$

$$\tau_{21} = \frac{l}{v - \Delta v} \text{ „ „ } 2 \to 1.$$

Wie diese Zeiten verhalten sich die Wahrscheinlichkeiten, in gegebenem Augenblicke ein nach der einen oder nach der andern Richtung bewegtes Elektron auf dem Wege anzutreffen. Nimmt man diese Wahrscheinlichkeiten mit den in der Richtung x der äußeren Kraft genommenen Komponenten (vgl. Fig. 6)

$$(v + \Delta v)\cos\alpha \text{ bezw. } -(v - \Delta v)\cos\alpha$$

der zugehörigen Geschwindigkeiten mal und addiert dann, so erhält man die Geschwindigkeit in der x-Richtung, welche die Elektronen im Mittel über viele gleichlange und gegen x gleichgeneigte Wege im gegebenen Augenblicke haben. Diese Geschwindigkeit ist folglich

$$\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}+\tau_{21}}(v+\Delta v)\cos\alpha - \frac{\tau_{21}}{\tau_{12}+\tau_{21}}(v-\Delta v)\cos\alpha \equiv \frac{l\cdot\cos\alpha}{\tau_{12}+\tau_{21}}\left(\frac{v+\Delta v}{v+\Delta v} - \frac{v-\Delta v}{v-\Delta v}\right) \equiv 0$$

Die Strömungsgeschwindigkeit verschwindet identisch für feste Wege jeder Richtung und Länge[3]).

Das ändert sich nur, wenn das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten, ein in der einen oder andern Richtung bewegtes Elektron auf dem Wege anzutreffen nicht mehr gleich dem Verhältnis der Verweilzeiten τ_{12} und τ_{21} ist, wenn also der Eintritt der Elektronen in den Weg an dem einen Ende häufiger erfolgt als am andern. Hierauf, d. h. auf das Verhalten der Elektronen außerhalb ihrer festen Wege beim Übergang von einem zum andern kommt es somit für die Berechnung des Elektronenstroms in einem äußeren Felde ganz allein an.

Gerade hierüber gibt aber keine der oben wiedergegebenen Theorien von Höjendahl, Thomson und Bridgman, die feste Elektronenbahnen annehmen, Rechenschaft[1]).

1) Bridgman, der seine Theorie auf mehr Beobachtungen angewandt hat als irgend ein anderer der hier angeführten Autoren, hält die Erklärung aller Erfahrungstatsachen der Elektrizitätsleitung durch einen einheitlichen Mechanismus überhaupt für unmöglich (6).

2) Nach Lorentz ist $\frac{\lambda}{\varkappa T} = 2\frac{k^2}{e^2} = 1{,}7\cdot 10^8$ E. 6. statt 2 bis $3\cdot 10^8$.

3) Auch in der Drude-Lorentzschen Theorie der Elektronenbewegung tragen die zum Felde parallelen Wege, die nicht abgebogen werden, nichts zum Strome bei und die andern nur im Maße ihrer Abbiegung durch das Feld. So erklärt sich bekanntlich, vgl. Verf., Ann. d. Phys. (IV) **65**, 720ff., 1921, der in der ursprünglichen Formel Drudes fehlende Faktor 2/3, — am einfachsten übrigens, wenn man sich die Elektronen in drei gleich große Scharen zerlegt denkt, die sich in drei zueinander senkrechten Richtungen hin und her bewegen, deren eine die Feldrichtung ist.

1) Auch Höjendahl und Thomson, die von vornherein konstanten räumlichen Abstand, also einen der Ge-

IV. Dipoltheorien.

Elektrizitätsleitung.

§ 31. Die Arbeiten von Tch. Bialobjeski (2) und W. Pogorzelski (73) sind auf den Grundannahmen der Dipoltheorie J. J. Thomsons (79) aufgebaut[1]). Diese besagen, daß die Atome der Metalle elektrische Dipole sind, die in Richtung ihrer Achse an deren negativem Ende Elektronen ausstoßen können. Ein äußeres elektrisches Feld richtet die Dipole teilweise. Nach der von Bialobjeski übernommenen Vorstellung von Thomson bilden sie zum Teil Ketten in der Feldrichtung, längs deren selbsttätig Elektronen von Atom zu Atom weitergegeben werden. Nach Pogorzelski schießen sie diese, vorzugsweise entgegen der Feldrichtung, in das umgebende Metall ab und absorbieren zugleich andere aus beliebigen Richtungen auf sie treffende Elektronen.

In jedem Falle wird die erzeugte Stromstärke bestimmt durch das bekannte Verteilungsgesetz

$$e^{-M\cos\vartheta\cdot\mathfrak{E}_x/U} \tag{1}$$

der Dipolrichtungen, wobei M das Dipolmoment, ϑ sein Winkel mit der Richtung x des äußeren Feldes und — üblicherweise — $U = kT$ ist; sie ist proportional dem nach Gl. (1) berechneten Mittelwerte von $\cos\vartheta$, der, solange

$$\frac{M\mathfrak{E}_x}{U} < 1$$

bleibt, annähernd

$$\overline{\cos\vartheta} = \frac{1}{3}\frac{M\cdot\mathfrak{E}_x}{U} \tag{2}$$

ist. Höhere Werte von $\mathfrak{E}_x$ führen aus dem Gültigkeitsbereiche des Ohmschen Gesetzes hinaus[2]). So wird die Stromdichte

$$i = i_0\cdot\frac{M\cdot\mathfrak{E}_x}{3U} \tag{3}$$

und

$$\varkappa = i_0\cdot\frac{M}{3U}. \tag{3a}$$

Hier ist i_0 der für die Dipoltheorien kennzeichnende Grenzwert der Stromdichte bei vollständiger Gleichrichtung, $\cos\vartheta = 1$, aller Dipole. Mit $M = 10^{-8}\cdot\varepsilon$, $U = kT$ ist z. B. für Ag bei 0^0C $i_0 = 4{,}8\cdot 10^{12}$ Amp./cm^2, also unerreichbar hoch.

Mit dem üblichen Ansatz $U = kT$ wird die Leitfähigkeit nach Gl. (3) proportional zu $1/T$. Statt dessen setzt aber Bialobjeski und, ihm folgend, Pogorzelski U gleich der Dipolenergie und diese gleich der Energie eines Planckschen Oszillators mit der Debyeschen Grenzschwingungszahl ν_m:

$$U = \frac{h\nu_m}{e^{h\nu_m/kT} - 1}. \tag{4}$$

Dadurch wird der Anstieg der Leitfähigkeit bei tiefer Temperatur nach Gl. (3) erheblich schneller. Nach Pogorzelski wächst ihr Betrag von 1 bei 273^0 abs. auf 22020 bei 10^0, $4{,}8\cdot 10^8$ bei 5^0 und $0{,}7\cdot 10^{11}$ bei 4^0 abs.

Wärmeleitung.

§ 32. Die Wärmeleitung der Elektronen bestimmt Pogorzelski unter der Voraussetzung, daß die ihnen von den Dipolen mitgegebene Energie zu U proportional sei und findet für $\lambda/\varkappa T$ eine schon von Herzfeld (42) aufgestellte Formel wieder, die aber den Beobachtungen nur bei nicht zu tiefen Temperaturen gerecht werden kann.

Zu den Theorien von Tch. Bialobjeski und W. Pogorzelski.

§ 33. An der Durchführung der eben mitgeteilten Theorie muß vor allem die im Ansatz (4) für den Nenner U des Exponenten im Verteilungsgesetz (1) enthaltene Neuerung beanstandet werden. Der Ausdruck (1) folgt unmittelbar aus dem bekannten Boltzmannschen Energieverteilungsgesetz $e^{-E/kT}$ und der Nenner kT aus den universellen Beziehungen zwischen Entropie S, Zustandswahrscheinlichkeit W, Energie E und Temperatur eines Körpers im thermodynamischen Gleichgewicht

$$S = k\ln W, \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_V = \frac{1}{T}.$$

Der von Pogorzelski berechnete Anstieg von $\varkappa$ mit sinkendem T ist übrigens oberhalb

---

schwindigkeit umgekehrt proportionalen Zeitabstand zwischen den aufeinanderfolgenden Elektronen auf den festen Bahnen annehmen, müßten erklären, wie bei der Beschleunigung oder Verzögerung der Bahnelektronen durch ein äußeres Feld, die nötige Beschleunigung oder Verzögerung ihres Nachschubs am Anfang und ihres Abtransports am Ende der Bahn zustande kommt.

1) Sie unterscheiden sich von der Theorie Thomsons im wesentlichen erstens dadurch, daß bei ihnen die Annahme einer permanenten, auch nach Erlöschen des äußeren Feldes weiter bestehenden Kettenbildung und Elektronenströmung fortfällt, auf die Thomson die Supraleitfähigkeit und ihren plötzlichen Eintritt zurückführt, und zweitens durch die im Folgenden erörterte Neuerung im Wahrscheinlichkeitsansatz für die Richtungsverteilung der Dipole.

2) Allgemein ist

$$\overline{\cos\vartheta} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} - \frac{1}{x} = \frac{x}{3} - \frac{1}{45}x^3 + \cdots$$

mit $x = \frac{M\cdot\mathfrak{E}_x}{U}$. Das ist die aus der Theorie des Paramagnetismus bekannte Langevinsche Funktion.

der Supraleitfähigkeit viel zu groß[1]). Mit $U = kT$ wieder wird er nach (3) zu klein.

Weitere Unwahrscheinlichkeiten der Dipoltheorie an sich sind schon von anderer Seite, (S. Meißner (61), S. 266), hervorgehoben[2]).

Eine gewisse Stütze könnte demgegenüber höchstens in der Arbeit Bramleys (5) gesehen werden, der auf Grund der Weylschen Elektrodynamik die Möglichkeit statisch stabiler Dipole vom Moment 10^{-22} elektr.-stat. E. ableitet.

V. Freie Elektronen im Dissoziationsgleichgewicht.

a) Zahl der Elektronen allein maßgebend.

§ 34. Schließlich ist noch zu berichten von dem Versuch A. T. Watermans (87), auch bei gut leitenden Metallen die Änderung der elektrischen Leitfähigkeit mit der Temperatur hauptsächlich auf Konzentrationsänderung der Leitungselektronen zurückzuführen, ähnlich wie es Koenigsberger (50) für Halbleiter getan hat. Es wird dabei die Drudesche Formel für $\varkappa$ benutzt, aber die Weglänge l als annähernd konstant betrachtet. Die Elektronenzahl n_- der Raumeinheit wird bestimmt durch Anwendung der thermodynamischen Formel für das Dissoziationsgleichgewicht verdünnter Lösungen auf das Gleichgewicht zwischen den neutralen Atomen, den von ihnen abgespaltenen „freien" Elektronen und den zurückbleibenden Ionen im Metall. Die Zahlen der Ionen und Elektronen müssen hierbei als klein gegen die Zahl n aller Atomkerne angenommen werden und sind im einfachsten Fall, daß nur je ein Elektron abgespalten wird, einander gleich. In diesem Fall folgt[3])

$$\ln (n_-/n) = \tfrac{1}{2} \ln K, \qquad (1)$$

wobei

$$\frac{\partial \ln K}{\partial T} = \frac{r}{kT^2} \qquad (2)$$

und r die Dissoziationswärme ist, auf die es also ankommt. Waterman schreibt nun:

$$r = \Phi_0 - \Psi \qquad (3)$$

(Φ_0 = Const = zur Entfernung des Elektrons vom Atom und aus dem Metall nötiger Arbeit, Ψ = Austrittsarbeit)

und unter Berufung auf Richardson[4])

$$\Psi = \Psi_0 + \tfrac{3}{2} kT. \qquad (3a)$$

Das ergibt dann bei der Integration von Gl. (2)

$$\ln K = -\frac{(\Phi_0 - \Psi_0)}{kT} - \frac{3}{2} \ln kT + \text{const}$$

und nach Gl. (1):

$$n_- = \text{Const}\; T^{-3/4} \cdot e^{-(\Phi_0 - \Psi_0)/2kT}. \qquad (4)$$

Setzt man dies in die Drudesche oder Lorentzsche Formel für $\varkappa$ (siehe z. B. § 27, Gl. (1)) mit dem gaskinetischen Wert der Elektronengeschwindigkeit $v = \sqrt{3kT/m}$ ein, so folgt:

$$\sigma = \frac{1}{\varkappa} = \text{Const}\; T^{3/4} \cdot e^{(\Phi_0 - \Psi_0)/kT}. \qquad (5a)$$

(Const. enthält die Weglänge l). Bei gleichzeitiger Dissoziation von je 2, 3 oder 4 Elektronen kommt ebenso T^1 bzw. $T^{3/4}$ bzw. $T^{3/4}$ statt $T^{3/4}$ oder allgemein:

$$\sigma = \text{Const}\; T^a \cdot e^{b/T}. \qquad (5)$$

Die Gleichung (5) stellt die Beobachtungen an 26 der wichtigsten Metalle nach Watermans Zusammenstellung mit $b \ll kT$ und meistens plausiblen Werten von a recht gut dar, außer bei sehr tiefen Temperaturen, wo sie versagt.

b) Weglänge mal Elektronenzahl konstant.

§ 35. In neuester Zeit hat noch L. S. Ornstein (67) die Dissoziation der Elektronen im Metall mit Bezugnahme auf die elektrische Leitfähigkeit behandelt. Er nimmt an, daß die Elektronen durch auftreffende Lichtquanten der innern Strahlung des Metalls abgespalten werden. Der Einfluß der Dichte n_- der freien Elektronen auf die Leitfähigkeit wird aber nach Ornstein durch den der Weglänge l aufgehoben. Denn die Elektronen sollen die neutralen Metallatome glatt durchfliegen (wie Edelgasatome nach den Versuchen Ramsauers u. a.) und nur von den Atomionen aufgehalten werden. So wird annähernd l umgekehrt proportional zur Anzahl dieser und damit auch zu n_-, also das Produkt $l \cdot n_-$, unabhängig von der Temperatur. Mit den Beobachtungstatsachen läßt sich das, wie Ornstein auch hervorhebt, aber nicht vereinen.

c) Zur Theorie von A. T. Waterman.

§ 36. Prüft man Watermans Theorie an der Erfahrung, indem man alle Zweifel an der Ableitung der Ausdrücke für n_- und $\varkappa$ zurückstellt, so tritt ihre Schwäche doch zutage, sobald man die absoluten Werte der Leitfähigkeit und nicht nur ihren Gang mit der Temperatur

1) Auch wenn man den bei $T = 0$ noch bleibenden Restwiderstand, den Bialobjeski wie Thomson durch ein störendes Drehmoment auf die Dipole deutet, in Rechnung setzt. Vgl. § 1. Fig. 1.

2) So hat Borelius berechnet, daß jedes Atom während einer Schwingungsperiode etwa 200 mal ein Elektron abgeben müßte. Bialobjeski findet ebenfalls bei Ag $1{,}6 \cdot 10^{16}$ pro Atom und Sekunde abgegebene Elektronen, was sogar mehrere Tausend in der Schwingungsperiode ergibt.

3) Siehe z. B. M. Planck, Thermodynamik.

4) Electron Theory of Matter, S. 453.

ins Auge faßt. Bekanntlich[1]) kommen für die bestleitenden Metalle (*Ag, Au, Cu*) bei 0° C nach der Drudeschen oder Lorentzschen Formel bei einem freien Elektron pro Atom freie Wege von der Länge des 10- bis 100fachen Atomabstandes heraus. Für Wege von der Größe des Atomabstandes selbst ließe sich die Unabhängigkeit von der Temperatur allenfalls begründen, nämlich damit, daß die Elektronen stets schon von dem ersten Atom, auf das sie treffen, aufgehalten werden. Nach Watermans Theorie ist aber die Zahl der Elektronen klein gegen die der Atome und demgemäß sind ihre freien Wege sehr groß gegen den Atomabstand. Dadurch wird es ganz unverständlich, wie sie unabhängig von der Wärmebewegung der Atome bleiben könnten.

VI. Die Frage der Supraleitfähigkeit und die bisher besprochenen Theorien.

§ 37. Bisher ist zur Prüfung der besprochenen Theorien die Supraleitfähigkeit noch nicht herangezogen. Das soll jetzt kurz in der Weise geschehen, daß möglichst nur die leitenden Anschauungen und Gedanken der Theorien herangezogen und die etwa vorhandenen und zum Teil schon hervorgehobenen Mängel ihrer Durchführung und Begründung außer acht gelassen werden.

Die erste Schwierigkeit, die Erscheinung der Supraleitfähigkeit zu erklären, liegt in der ungeheuren Größe des Unterschiedes zwischen dem gewöhnlichen Werte der Leitfähigkeit, bei 0° C etwa, und ihrem Werte im supraleitenden Zustande des Stoffes. Bei Blei, das in dieser Hinsicht am genauesten untersucht ist, ist das Verhältnis von $\varkappa$ bei 4,2° abs. zum Werte $\varkappa$ bei 0° C, wie in § 13 bereits gesagt,

$$\frac{\varkappa}{\varkappa_0} \geqq 10^{12}.$$

Nach anderen ebendort beschriebenen Versuchen von H. Kamerlingh Onnes kann man die Grenze sogar auf $7{,}5 \cdot 10^{12}$ heraufsetzen.

A. T. Waterman.

Als erste Möglichkeit werde eine Änderung der Zahl n_- der an der Leitung beteiligten Elektronen der Raumeinheit ins Auge gefaßt. Auf n_- kommt es nach Waterman allein an und bei den übrigen Theorien ist durchweg $\varkappa$ zu n_- proportional.

Grenzen der zulässigen Änderung von n_- lassen sich ohne jede besondere Voraussetzung durch Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit s' der Leitungselektronen setzen. Es ist

$$s' = \frac{i}{\varepsilon \cdot n_-} \qquad (1)$$

nämlich gleich Stromdichte durch bewegte Ladung der Raumeinheit. Die Stromdichte erreichte bei den erwähnten Versuchen an supraleitenden Bleiringen nach Angaben von W. Tuyn (85) (S. 112 ff. besond. S. 121, Anmerk. 2) 180 EME. Für n_- gewinnen wir den größten Spielraum, wenn wir es möglichst groß ansetzen. Das äußerste ist

$$n_- = 4 \cdot n = \frac{4}{3} \cdot 10^{23},$$

d. h. gleich der vierfachen Atomzahl mit Rücksicht darauf, daß Blei, das nur zweiwertig ist, in der vierten Kolonne des periodischen Systems steht. So folgt aus $\varepsilon = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ EME.

$$s' = 8{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ cm/sec} \qquad (1a)$$

als denkbar kleinste Geschwindigkeit des betrachteten Elektronenstroms bei 4,2° abs.

Man sieht sofort, daß diese Zahl eine die Abnahme von $\varkappa$ bis 273° erklärende Abnahme von n_- auf den 10^{12}ten Teil, unbedingt verbietet. s' würde bei der auch bei 0° C noch durchaus möglichen Stromdichte von 180 EME. die Lichtgeschwindigkeit überschreiten.

Tch. Bialobjeski und W. Pogorzelski.

§ 38. Ähnlich läßt sich die Dipoltheorie von Pogorzelski und Bialobjeski widerlegen, wenigstens wenn man in ihre Leitfähigkeitsformel (3a) den, wie ausgeführt (§ 33), theoretisch einzig möglichen Ausdruck kT für U einsetzt:

$$\varkappa = i_0 \cdot \frac{M}{3kT}.$$

Der Faktor M/kT kann nur einen Anstieg von $\varkappa$ auf nicht ganz das 10^2fache von 273° bis 4,2° abs. erklären. Der Rest müßte durch einen 10^{10}fachen Anstieg des Grenzstroms i_0 gedeutet werden. Den Wert von i_0 in *Pb* bei $T = 273$ findet man leicht mittels der Leitfähigkeit $\varkappa_{Pb} = 5 \cdot 10^{-5}$ EME., $k = 1{,}37 \cdot 10^{-16}$ erg/Grad und des von Pogorzelski und Bialobjeski angenommenen Dipolmoments $M = 10^{-8} \cdot \varepsilon$ zu:

$$i_0 = 3{,}5 \cdot 10^{10} \text{ EME.}$$

Daraus folgt also:

$$i_0 (>) 3{,}5 \cdot 10^{20} \text{ EME. bei } 4{,}2° \text{ abs.}$$

Es bedeutet i_0 die Stromdichte, die erreicht würde, wenn alle Dipole gleichgerichtet wären und fortgesetzt Elektronen ausstießen oder längs

[1]) Siehe z. B. Müller-Pouillet, Bd. IV$_{2,3}$ (1914) die Tabelle auf S. 1204.

ihrer Ketten weitergäben. Folglich müßte die Geschwindigkeit dieser Elektronen, die bei den tatsächlich erreichbaren Stromstärken nur zu einem winzigen Teil gerichtet ist, gleich

$$\frac{i_0}{n_- \cdot \varepsilon} = 1{,}6 \cdot 10^{17} \text{ cm/sec}$$

sein, wieder mit der größtmöglichen Zahl $\frac{4}{3} \cdot 10^{23}$ von n_- berechnet.

Dieser ganz unzulässige Wert steigt noch, wie leicht zu sehen, wenn man das kleinere Dipolmoment Bramleys (s. oben § 33) einsetzt. Wesentlich größer als $\varepsilon \cdot 10^{-8}$ kann M natürlich nicht angesetzt werden.

Kr. Höjendahl, J. Frenkel, J. J. Thomson, P. W. Bridgman.

§ 39. In den übrigen Theorien von Höjendahl, Frenkel, Thomson und Bridgman sind für $\varkappa$ neben der Zahl der Elektronen noch ihre Geschwindigkeit und freie Weglänge maßgebend. Diese letzte geht überall mit der Bedeutung eines längs oder in einer natürlichen Atomreihe liegenden, widerstandsfreien Weges ein, auch bei Frenkel, wo sie in der Diffusionskonstanten D enthalten ist und die Größe der von den diffundierenden Elektronen in je einer Richtung, gegebenenfalls durch geordneten Zusammenschluß der Quantenbahnen, zurückgelegten Strecke bedeutet. Bei allen Theorien ist somit die obere Grenze der freien Weglänge gegeben durch die Ausdehnung der Kristallite des Metalls. In Blei kann diese auch im supraleitenden Zustande wohl nicht höher als durchschnittlich auf $\sim 10^{-4}$ cm angesetzt werden (s. § 12). Die untere Grenze der freien Weglänge ist bei allen Theorien der Abstand benachbarter Atome also mindestens $\sim 10^{-8}$ cm. Durch die freie Weglänge allein kann sich folglich die Leitfähigkeit, die ihr durchweg proportional ist, nur im Verhältnis 10^4 vergrößern.

Eine hinzukommende Änderung der Elektronenzahl könnte bei Höjendahl und Frenkel, abgesehen davon, daß sie in den Theorien nicht vorgesehen ist, auch nichts nützen, da der tatsächliche Wert der Leitfähigkeit schon bei 0^0 C Mitwirkung eines beträchtlichen Teils aller Valenzelektronen verlangt bei Weglängen $\sim 10^{-8}$ cm (J. Frenkel (35) S. 227 und oben § 18) oder mehr (Höjendahl s. oben § 16).

Da die Elektronengeschwindigkeit nach beiden Theorien durch Quantengesetze festgelegt ist, so ist also die von ihnen darstellbare Änderung von $\varkappa$ mit T viel zu gering, woran der bei Frenkel Gl. (5) noch selbständig auftretende Faktor $1/T$ auch nichts ändert.

§ 40. Thomson und Bridgman lassen dagegen eine Veränderung der mittleren Elektronengeschwindigkeit v mit der Temperatur zu. Abnahme von v ergibt bei beiden Zunahme von $\varkappa$.

Nach Thomson § 24 Gl. (1a) ist

$$v = \sqrt{\frac{k \cdot T}{m \cdot r}}.$$

Die Zahl r der Glieder einer Elektronenkette kann im Durchschnitt höchstens gleich dem Kristallitdurchmesser geteilt durch den Atomabstand werden. In Blei daher:

$$r \leq \frac{10^{-4}}{3{,}3 \cdot 10^{-8}} = 3 \cdot 10^3.$$

Bei $T = 4{,}2$ folgt hiermit

$$v > \sqrt{2{,}1 \cdot 10^4}.$$

Die Leitfähigkeit werde im Sinne der betrachteten Theorien berechnet aus der zusätzlichen Geschwindigkeit, die den Elektronen auf ihren Wegen durch das äußere Feld mitgeteilt wird. Dabei werde, um die Behandlung der Theorie Bridgmans gleich vorzubereiten, die Frage so gestellt: Welche Strömungsgeschwindigkeit der Elektronen könnte das tatsächliche bei der Stromdichte von 180 E.M.E. in Blei von $4{,}2^0$ abs. wirkende Feld nach der Theorie im Höchstfalle erzeugen.

Die Stärke des Feldes in der Stromrichtung s ist:

$$\mathfrak{E}_s = \frac{i}{\varkappa} \leq \frac{180}{5 \cdot 10^{+7}} = 3{,}6 \cdot 10^{-7} \text{ E.M.E.}$$

berechnet mit dem kleinstmöglichen Werte von $\varkappa = 10^{12} \cdot \varkappa_0$. Die Beschleunigung der Elektronen durch $\mathfrak{E}_s$ ist

$$g = \frac{\mathfrak{E}_s \cdot \varepsilon}{m} = 64 \text{ cm/sec}^2.$$

Auf Wegen der Länge $l = 10^{-4}$ cm, die der Einfachheit halber alle parallel zur Feldrichtung liegen mögen, erhalten sie die Strömungsgeschwindigkeit

$$\frac{g \cdot l}{2v} \leq 2{,}2 \cdot 10^{-7} \text{ cm/sec}.$$

Diese bildet nur einen verschwindenden Bruchteil ($< 10^{-5}$) der tatsächlichen Strömungsgeschwindigkeit [Gl (1a) § 37].

§ 41. Bridgman (8) hält es — wegen des fehlenden Beitrags zur spezifischen Wärme — für möglich oder wahrscheinlich, daß die mittlere Geschwindigkeit der Leitungselektronen bei tiefen Temperaturen vom gaskinetischen

Weise abweicht und nahezu unabhängig von T gleich der Geschwindigkeit wird, mit denen die Elektronen an den Anfängen ihrer freien Wege von den Atomen ausgestoßen werden.

Die denkbar größte Strömungsgeschwindigkeit werden wir hier erhalten, wenn wir die Startgeschwindigkeit aller Elektronen gleich Null setzen und die Wege wieder alle dem Felde parallel annehmen. Die Strömungsgeschwindigkeit ist, da man ein Elektron in jedem Zeitpunkte beim Durchlaufen seiner Bahn gleich dem Zeitmittel der jetzt nur vom Felde $\mathfrak{E}$ ihm erteilten Geschwindigkeit v_x oder gleich:

$$\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} v_x\,dt = \frac{l}{\tau} \quad \text{mit} \quad \tau = \sqrt{\frac{2l}{g}},$$

d. h. gleich:

$$\sqrt{\frac{l\cdot g}{2}} = 5{,}7\cdot 10^{-2}.$$

Auch dieser äußerste berechnete Wert liegt merklich unter der unteren Grenze 1a) § 37 des tatsächlichen. Bei strengerer Rechnung, mit höchstens ebensoviel freien Elektronen wie Atomen und der Leitfähigkeit $\varkappa = \varkappa_0 \cdot 7{,}5\cdot 10^{12}$ (§ 37), würde sich diese Grenze sogar noch um gut eine Größenordnung von dem obigen Werte entfernen.

Keine der besprochenen Theorien kann also den tatsächlich beobachteten Grad der Supraleitfähigkeit ohne Aufgabe ihrer Grundanschauungen darstellen.

K. Onnes. J. J. Thomson (ältere Theorie).

§ 42. Der einzige Ausweg aus dieser Schwierigkeit scheint in der von K. Onnes (63) gewiesenen und schon vorher von J. J. Thomson (79) in seiner Dipoltheorie eingeschlagenen Richtung zu liegen, d. h. in der schon erwähnten (s. oben § 15) Annahme einer „elektromagnetischen Kristallisation" (Onnes) des Supraleiters. Die Atome, seien es Dipole oder nicht, sollen offene oder geschlossene Ketten durch den ganzen Leiter hin bilden, längs deren die Elektronen durch einen Mechanismus, den das äußere elektrische Feld nur anzuregen, aber nicht in Gang zu halten braucht, weitergegeben werden. Die Elektrizitätsleitung im supraleitenden Zustand, besonders bei den Dauerströmen, ist nach dieser Auffassung von der gewöhnlichen Leitung, die unter der Herrschaft des Ohmschen Gesetzes steht, ebenso tief unterschieden, wie die permanente Magnetisation eines Stahlmagneten von der vorübergehenden eines nur paramagnetischen Körpers.

Auch auf diesem Wege findet man indessen sogleich die gröbsten Hindernisse. (Vgl. zum Folgenden oben § 12 u. 13.)

Das erste ist der Gegensatz zwischen der zu erwartenden Feinheit und Verletzbarkeit eines so leicht spielenden wohlgeordneten Leitungsmechanismus und der Unempfindlichkeit der tatsächlichen Supraleitung. Die Atomketten müßten, um diese zu erklären, die Leitungselektronen hemmungslos nicht nur durch alle Kristallitgrenzen, sondern ebenso durch die (wechselnde) Berührungsfläche zweier Bleistücke weitergeben und sich auch durch Verunreinigungen (Hg mit Au und Cd), Amalgamierung (Sn, Hg) und Legierung (Pb, Sn) nicht stören lassen, nicht einmal bei Temperaturen, die schon oberhalb der Supraleitfähigkeitsgrenze einer der Komponenten, bei Zinnamalgam sogar beider, liegen.

Ferner ist gerade die Unbeweglichkeit der Strombahnen im supraleitenden Blei gegenüber einer in seitlicher Richtung wirkenden magnetischen Kraft, die Kamerlingh Onnes zu der anschaulich ja naheliegenden Vorstellung fester an Atomketten gebundener Stromfäden führte, schwer oder gar nicht zu verstehen, wenn man sich überlegt, daß dieselben Stromfäden, die einer magnetischen Kraft, deren Stärke der eines elektrischen Feldes von etwa 100 V/cm gleichkommt (für $H = 100$ Gauß und einer Elektronengeschwindigkeit $v = 10^8$ cm/sec $\perp H$) scheinbar nicht im geringsten nachgeben, auf der andern Seite unmeßbar kleinen elektrischen Kräften widerstandslos folgen. Es müßte hiernach zwischen den beiden Gliedern des bekannten Ausdrucks

$$\varepsilon\mathfrak{E} + \frac{\varepsilon}{c}\,[v\mathfrak{H}]$$

der elektromagnetischen Kraft ein grundsätzlicher Unterschied bestehen, der theoretisch ganz neu wäre und insbesondere dem Relativitätspostulate widerspricht[1]).

Schließlich müßten die längs der Atomketten laufenden Stromfäden im supraleitenden Zustande offenbar natürliche, unteilbare Stromeinheiten oder Stromatome bilden, deren Vorhandensein bei genügender Größe beobachtbar sein müßte. Setzt man nun probeweise die Elektronengeschwindigkeit auf der Strombahn gleich 10^8 cm/sec (wie auf einer kreisförmigen Bahn vom Radius $2{,}5\cdot 10^{-8}$ cm um ein Ion der Ladung ε) und den Abstand aufeinanderfolgender Elektronen gleich $5\cdot 10^{-8}$ (ungefähr gleich dem anderthalbfachen Atomabstand in Blei), so findet man als Stärke des einzelnen Stromfadens: $\sim 0{,}3$ M.A. Viele Beobachtungen von K. Onnes

1) Bei Geschwindigkeitsänderung des Bezugssystems gehen die Glieder ineinander über.

und Mitarbeitern sind an Strömen von ganz wenigen Milliampere in Supraleitern gemacht worden [vgl. W. Tuyn (85)], ohne daß meines Wissens das Auftreten einer unteilbaren Stromeinheit je erwähnt wäre.

Könnte andererseits eine solche festgestellt werden, so wäre das Vorhandensein der Stromfäden wohl bewiesen.

VII. Ungeordnet bewegte Leitungselektronen unter Wirkung elektromagnetischer Kräfte.

§ 43. Die vom Verfasser aufgestellte Theorie der gewöhnlichen elektrischen Leitfähigkeit der Metalle und der Supraleitfähigkeit hat zur Grundvoraussetzung ungeordnete Bewegung der Leitungselektronen. Diese brauchen dabei keineswegs frei im Drudeschen Sinne zu sein, sind vielmehr dauernd den unregelmäßig auf sie wirkenden Kräften des elektrischen und magnetischen Feldes aller Atomkerne und Elektronen des Metallinnern unterworfen zu denken. Sie können ferner und sollen sogar in der Regel in unregelmäßig wiederkehrenden Zeitabschnitten an irgendwelche Metallatome durch Quantenbedingungen gefesselt sein und nur in den Zwischenzeiten „frei", d. h. imstande sein, der von einem äußeren Felde auf sie ausgeübten Kraft zu folgen, soweit diese sich gegenüber den nach den gleichen dynamischen Grundgesetzen auf sie wirkenden Kräften des inneren Feldes eben durchzusetzen vermag. Ob dabei die Leitungselektronen sich mehr „in" oder mehr „zwischen" den Metallatomen und Ionen aufhalten, bleibt dahingestellt.

a) Die Bedingung der Supraleitfähigkeit.

§ 44. Fragt man nun nach dem Widerstande, der sich einer Strömung der freien Elektronen entgegensetzen mag, so ist ohne weiteres klar, daß er nur von den festliegenden Atomkernen und den an sie gebundenen Elektronen ausgehen kann, dagegen nicht von den an der Strömung beteiligten freien Elektronen selbst, deren gegenseitige Kraftwirkungen einander paarweise aufheben, sofern man nur die praktisch hierbei nicht ins Gewicht fallende Rückwirkung ihrer Strahlung vernachlässigt. Damit ist aber bereits gesagt, daß für die Größe des Widerstands die „freie Weglänge" des einzelnen Elektrons im gewöhnlichen Sinne — das hieße hier etwa die Strecke, die es im Mittel bis zur Änderung seiner Bewegungsrichtung um 90^0 zurücklegt — keineswegs maßgebend sein kann. Denn denkt man sich etwa in einem zylindrischen Drahte alle Atome beseitigt und an ihre Stelle ein Kraftfeld gesetzt, das überall senkrecht zur Grenze steht und den Austritt der in dem Drahte befindlichen freien Elektronen verhindert, so bestände gegen eine Strömung dieser Elektronen in Richtung des Drahtes nicht der geringste Widerstand, der Draht wäre das Ideal eines Supraleiters, und trotzdem könnte bei hinreichender Dichte der einander abstoßenden Elektronen in ihm die „freie Weglänge" des einzelnen beliebig klein sein.

§ 45. Es erscheint daher bei einer Bestimmung des elektrischen Widerstands durch kinematische Größen geboten, von vornherein nicht das einzelne Elektron ins Auge zu fassen, sondern gleich einen selbständigen „Elektronenverein", d. h. soviele von ihnen, daß eine Hemmung ihrer Bewegung als Ganzes praktisch nur durch die Atome erfolgt und stets einen wirklich vorhandenen Leitungswiderstand anzeigt. Am einfachsten ist es, die Gesamtheit aller — in jedem Augenblicke nur zum Teil freien — Leitungselektronen eines zylindrischen mit schwacher Krümmung in sich zurücklaufenden Drahtes zu betrachten.

Es sei s' die „Vereinsgeschwindigkeit" dieser Leitungselektronen längs der in irgendeinem festen Umlaufssinne genommenen Richtung s des Drahtes, d. h. das Mittel aller s Komponenten der Geschwindigkeiten der Leitungselektronen, in dem die Geschwindigkeiten der gerade gebundenen gleich Null gesetzt werden sollen[1]). Die vorausgesetzte ungeordnete Bewegung der jeweils freien Leitungselektronen hat zur Folge, daß ebenso die Geschwindigkeit s' des Elektronenvereins dauernden zufälligen Schwankungen unterliegt, die auch ohne Wirkung eines äußeren, Feldes auftreten und in diesem Falle den Wert Null zum Mittelpunkte haben werden. So wie man früher aus der Hemmung, die ein einzelnes Elektron mit einer zufällig erlangten Geschwindigkeit bei seiner Bewegung im Metallinnern im Mittel erfahren sollte, die Größe des elektrischen Widerstandes abzuleiten suchte, wird man diesen jetzt, und nach dem Gesagten mit besserem Rechte, bestimmen können aus der Schnelligkeit, mit der im Mittel die Gesamtheit der Leitungselektronen einen zufällig erreichten Wert, etwa $s'_0 > 0$, ihrer Geschwindigkeit verliert, wenn kein äußeres Feld wirkt. Nur im Mittel natürlich, das man sich über sehr viele mit gleicher Geschwindigkeit, s'_0, beginnende Bewegungen in

1) Die Vereinsgeschwindigkeit ist also im allgemeinen kleiner als die Strömungsgeschwindigkeit der jeweils freien Elektronen allein. Eine Berücksichtigung periodischer Umlaufsbewegungen der gebundenen Elektronen ist überflüssig, da diese zu einer stationären Strömung, auf die es schließlich ankommt, doch nichts beitragen. Für den Übergang in die Bindung ist sowieso Durchbrechung der sonst geltenden dynamischen Gesetze erforderlich.

lauter gleichen Leitern gebildet denken muß, findet sich ein monotoner und regelmäßiger Abfall der Vereinsgeschwindigkeit, der als Maß des elektrischen Widerstands dienen kann; in jedem Einzelfalle verläuft die Zeitfunktion $s'(t)$ unregelmäßig (s. Fig. 7), insbesondere geht sie bei ihren Schwankungen um den Wert Null auch immer wieder durch ihren Anfangswert — allerdings selten, wenn er groß ist — und zwar in hinreichend langer Zeit ebenso oft in steigender wie in fallender Richtung. Hieraus folgt aber, daß die in Fig. 7 mit $s'_0 \cdot \mu(t)$ bezeichnete Kurve die den mittleren, regelmäßigen Abfall der Vereinsgeschwindigkeit darstellen soll, in ihrem Anfangspunkte $t = 0$ eine zur t Achse parallele

Fig. 7.

Tangente haben muß. Es verschwindet also die mittlere Vereinsbeschleunigung bei gegebenen s'. Erst die nächste Ableitung von s' nach der Zeit, s''', kann bei gegebenem Werte s' einen von Null verschiedenen Mittelwert $(\overline{s'''})_{s'}$ haben.

Bei dem vorausgesetzten monotonen Abfall der mittleren Vereinsgeschwindigkeit $s'_0 \cdot \mu(t)$ kann dieser nur negativ ausfallen:

$$(\overline{s'''})_{s'} \leq 0 \qquad (1)$$

§ 46. Eine in den Arbeiten des Verfassers (32) und (53) zu findende Untersuchung zeigt nun, daß diese Ableitung (1) zugleich über alle andern entscheidet. Wird sie zu Null, so nimmt auch die Vereinsgeschwindigkeit im Mittel nicht mehr ab.

$$(\overline{s'''})_{s'} = 0 \qquad (2)$$

ist somit die hinreichende (und notwendige) Bedingung der vollkommenen (Supra)leitfähigkeit. Durch die Einzelgeschwindigkeiten der Leitungselektronen ausgedrückt lautet diese Bedingung, da $s' = \mathfrak{v}_s$ ist und Differentiation und Mittelung vertauscht werden dürfen:

$$\left(\overline{\frac{d^2\mathfrak{v}_s}{dt^2}}\right)_{s'} = 0, \qquad (2a)$$

wobei der Mittelwert nicht nur über alle Elektronen, sondern zur Beseitigung seiner zufälligen Schwankungen noch über viele Augenblicke zu nehmen ist, in denen die Strömungsgeschwindigkeit zufällig wieder den vorgeschriebenen Wert s' hat.

Die Bedingung besagt einfach, daß eine Zunahme der Beschleunigung eines Elektrons in der s Richtung ebenso wahrscheinlich sei wie eine Abnahme. Sie ist offensichtlich nicht erfüllt, wenn gemäß dem gewöhnlichen Bilde der Elektrizitätsleitung die Elektronen stets hemmende „Zusammenstöße" mit festen Atomen zu erwarten haben. Denn diese Hemmung der Einzelbewegungen ist mit einer Verminderung ihrer gemeinsamen Strömungskomponente verbunden. Auf den augenblicklichen Wert Null der Strömungsbeschleunigung der, wie oben begründet, bei jedem zufällig, ohne äußere Kraft erreichten Wert s' im Mittel gilt, würde im Mittel ein negativer Wert folgen, also $(s''')_{s'} < 0$ sein.

Andererseits fordert die Bedingung (2) keineswegs, wie man nach dem oben aufgestellten Bilde eines vollkommen leitenden Drahtes meinen könnte, das Verschwinden aller spontanen Schwankungen des Elektronenstroms. Man braucht sich z. B. nur im Innern des genannten idealen Drahts sehr viele feste, gleich kleine kugelförmige Raumbereiche zu denken derart, daß in der einen nach Zufall herausgegriffenen Hälfte von ihnen jedes hineingeratende Elektron eine Verminderung seiner Geschwindigkeit, sagen wir: auf die Hälfte im Augenblick seines Eintritts erfährt, und in der andern genau die gleiche Vermehrung, beides ohne Richtungsänderung. Dann wird auch so eine einmal vorhandene Strömungsgeschwindigkeit im Mittel weder ab- noch zunehmen; aber sie wird dauernd schwanken, und jede beliebige Abweichung vom Anfangswert irgend einmal erreichen.

§ 47. Gehen wir jetzt zur Vorstellung eines wirklichen Metalldrahtes über.

Die s-Komponente der Beschleunigung eines beliebigen Elektrons, an dessen Ort im betrachteten Augenblicke von den andern Ladungen und Magnetonen[1]) das elektrische Feld $\mathfrak{e}$ und das magnetische Feld $\mathfrak{b}$ erzeugt wird, ist gemäß dem bekannten Ausdrucke der elektromagnetischen Kraft:

$$\frac{d\mathfrak{v}_s}{dt} = -\frac{\varepsilon}{m}\mathfrak{e}_s - \frac{\varepsilon}{mc}[\mathfrak{v}\mathfrak{b}]_s. \qquad (3)$$

Folglich ist der für die Supraleitfähigkeit maßgebende Mittelwert

$$\left(\overline{\frac{d^2\mathfrak{v}_s}{dt^2}}\right)_{s'} = -\frac{\varepsilon}{m}\left(\overline{\frac{d\mathfrak{e}_s}{dt}}\right)_{s'} - \frac{\varepsilon}{mc}\left(\overline{\frac{d}{dt}[\mathfrak{v}\mathfrak{b}]}\right)_{s'}. \qquad (3a)$$

1) Der Rückstoß der eigenen Strahlung ist, wie gesagt, vernachlässigt. Bei vielen strömenden Elektronen heben sich seine Wirkungen gegenseitig fast ganz auf.

Bei der Berechnung dieses Ausdrucks wird der Satz benutzt, daß die Elektronengeschwindigkeit statistisch unabhängig von dem Felde und seinen Ableitungen ist, d. h. daß man jede bestimmte Geschwindigkeit an jedem Orte des Feldes mit derselben Wahrscheinlichkeit erwarten darf. Es ist dies eine bekannte Eigenschaft des Maxwell-Boltzmannschen Geschwindigkeitsverteilungsgesetzes (siehe z. B. Verf. (55)).

Die Untersuchung des letzten, magnetischen Gliedes in Gl. (3a) ergibt, Verf. (53), daß sein Beitrag zum Widerstande bei nicht zu großem intramolekularen Magnetfelde nicht in Betracht kommt, selbst nicht bei Supraleitfähigkeit, und daß er bei geordnetem stationären Felde beliebiger Größe, wie man leicht bestätigt, gänzlich verschwindet.

So folgt bei Vernachlässigung der Drahtkrümmung[1]) aus (3a), wenn x und y zwei zueinander und zu s senkrechte Richtungen bezeichnen:

$$\left(\frac{d^2 v_s}{dt^2}\right)_{s'} = -\frac{\varepsilon}{m}\left(\overline{\frac{\partial e_s}{\partial s} v_s} + \overline{\frac{\partial e_s}{\partial x} v_x} + \overline{\frac{\partial e_s}{\partial y} v_y} + \overline{\frac{\partial e_s}{\partial t}}\right)_{s'}$$

und, da

$$\bar{v}_s = s', \quad \bar{v}_x = \bar{v}_y = 0$$

und bei stationärem Zustande des Leiters $\frac{\partial \bar{e}_s}{\partial t} = 0$ ist, unter Benutzung der statistischen Unabhängigkeit von Feld und Geschwindigkeit:

$$\left(\frac{d^2 v_s}{dt^2}\right)_{s'} = -\frac{\varepsilon}{m} \cdot s' \cdot \left(\frac{\partial \bar{e}_s}{\partial s}\right). \qquad (4)$$

Bei makroskopischer Isotropie des Leiters ist:

$$\left(\frac{\partial \bar{e}_s}{\partial s}\right) = \frac{1}{3} \overline{\operatorname{div} e}. \qquad (5)$$

Der gefundene Ausdruck ist also sicher gleich Null, wenn das auf die Leitungselektronen wirkende elektrische Feld an den von ihnen eingenommenen Orten keine Divergenz hat, oder wenn die Elektronen niemals in fremde Ladungen eindringen. Positive Divergenz ergibt, wie man sieht, einen Leitungswiderstand. Das Eindringen der Elektronen in negative Ladungen, d. h. in andere Elektronen ist physikalisch unannehmbar und würde auch der bei der Rechnung zugrunde gelegten Voraussetzung (1) widersprechen. Der Sinn der gefundenen Bedingung der Widerstandsfreiheit ist in Kürze folgender: Massenpunkte, die sich mit der augenblicklichen mittleren Beschleunigung Null in einem Kraftfelde bewegen, haben im nächsten Augenblicke eine Verzögerung zu erwarten, wenn sie sich in negativen Divergenzen der Kraft (entsprechend positiven Divergenzen von $\mathfrak{E}$) befinden, eine Beschleunigung in positiven Divergenzen, und keins von beiden, wenn die mittlere Divergenz an ihren augenblicklichen Orten Null ist.

Auch das Eindringen von Elektronen in positive Ladungen, also in Atomkerne widerspräche aber den Anschauungen der gegenwärtigen Atomphysik. An seine Stelle setzt sie das Einspringen in geschlossene Quantenbahnen um den Atomkern. Man übersieht sofort, daß hierbei, durch Festlegung vorher strömender Elektronen ein Leitungswiderstand ebensogut erzeugt wird wie durch ihr Einfangen in Atomkernen. Auch widerspricht eine solche Entstehung des Widerstandes keineswegs dem oben abgeleiteten Ergebnis, weil das Einspringen eines Elektrons in die geschlossene Quantenbahn, seine „Bindung", jedenfalls nur unter Verletzung der bei der Ableitung vorausgesetzten dynamischen Gesetze erfolgen kann. So werden wir uns im folgenden vorstellen, daß aller Leitungswiderstand durch solche Bindungen vorher im Strome mitbewegter freier Elektronen hervorgerufen wird. Diesen Bindungen stehen natürlich im stationären Zustande ebensoviele Befreiungen gegenüber, bei denen, das sei angenommen, die Elektronen ohne Vorzugsrichtung ihrer Geschwindigkeiten entlassen werden.

b) Eine einfache Widerstandsformel.

§ 48. Aus dem soeben Ausgeführten folgt eine ganz einfache Formel für den elektrischen Widerstand unter der später näher begründeten Voraussetzung, daß die Bindungswahrscheinlichkeit unabhängig von der Elektronengeschwindigkeit sei[1]).

Sei γ die für alle freien Elektronen gleiche Wahrscheinlichkeit, in der Zeiteinheit gebunden zu werden, so werden während eines Zeitelements dt, das immerhin groß gegen die Dauer eines einzelnen Bindungsvorgangs sei, von allen freien Elektronen der Bruchteil

$$\gamma \cdot dt$$

gebunden und bei gleichbleibendem Zustande ebenso viele frei. Dadurch wird die Strömungsgeschwindigkeit, s', der freien Elektronen um denselben Bruchteil vermindert:

$$ds' = -s' \cdot \gamma \cdot dt. \qquad (6)$$

1) Auch wenn man sie berücksichtigt, gibt sie keinen Beitrag zum Widerstande, ebensowenig die „Relativitätskorrektion" (s. (53)).

1) Allgemeinere Widerstandsformeln s. Verf. (51) u. (52).

Ein äußeres elektrisches Feld mit der mittleren s-Komponente $\mathfrak{E}_s$ vermehrt s_f' während dt um

$$-\frac{\varepsilon}{m}\cdot\mathfrak{E}_s\cdot dt.$$

Es gleicht den Verlust durch Bindungen gerade aus, wenn

$$-\mathfrak{E}_s=\frac{m}{\varepsilon}s_f'\cdot\gamma$$

ist. Geteilt durch die Stromdichte $s_f'\cdot n_-\cdot\varepsilon$ ergibt dies den spezifischen Widerstand:

$$\sigma=\frac{1}{\varkappa}=\frac{m}{\varepsilon^2}\cdot\frac{\gamma}{n_-}. \qquad (7)$$

c) Zahlenmäßige Darstellung der Supraleitfähigkeit.

§ 49. Auf Grund der Gl. (7) läßt sich jetzt leicht eine zahlenmäßig bestimmte Vorstellung von der Elektrizitätsleitung in Supraleitern gewinnen.

Setzt man zunächst den schon benutzten Grenzwert $\varkappa\geqq\varkappa_0\cdot 10^{12}=5\cdot 10^7$ E.M.E. für Blei bei $4{,}2^0$ abs. ein und $n_-=\frac{1}{3}10^{23}$, gleich der Atomzahl, so erhält man die Bindungswahrscheinlichkeit eines freien Elektrons in der Sekunde:

$$\gamma=\frac{\varepsilon^2\cdot n_-}{m\varkappa}\leqq 187.$$

Das Elektron braucht also, wenn das Gleichheitszeichen gilt, durchschnittlich nur $^1/_{187}$ sec auf seine Bindung zu warten.

Der Weg, den es während dieser Zeit zurücklegt, wird berechnet mit $v=\sqrt{3kT/m}$, gleich:

$$l=\frac{v}{\gamma}\geqq 74\,m.$$

§ 50. Doch kommt das Elektron dabei keineswegs weit, wie eine Abschätzung der Luftlinie ergibt, die die Endpunkte dieser $74\,m$ verbindet. Zu diesem Zwecke werde als mittlerer Krümmungsradius der jedenfalls unter vielen Krümmungen zwischen den Atomen und anderen Elektronen sich hindurchwindenden Bahn

$$r=2{,}5\cdot 10^{-8}\,\text{cm}$$

angesetzt und angenommen, daß jeweils nach Durchlaufen der Strecke $\pi\cdot r$ für die zur Strömungsrichtung s senkrechten Geschwindigkeitskomponenten jede Wahrscheinlichkeitsnachwirkung ihres anfänglichen Vorzeichens verschwunden ist. Haben also die aufeinanderfolgenden Wegstücke $\pi\cdot r$ in der x-Richtung $\perp s$ die Luftlinienkomponenten $\Delta_1 x$ $\Delta_2 x$ usw., so sind in der Summe

$$\Delta x=\sum_1^{\nu}{}_k\,\Delta_k x$$

über alle $\Delta_k x$ die Vorzeichen aller Glieder statistisch unabhängig voneinander. Folglich ist im Mittel

$$(\Delta x)^2=\nu\cdot(\Delta_k x^2).$$

Die Anzahl der Glieder ist:

$$\nu=\frac{l}{\pi\cdot r}\geqq\frac{7400}{\pi\cdot 2{,}5\cdot 10^{-8}}=0{,}94\cdot 10^{11}$$

und da nach dem Angenommenen

$$\overline{(\Delta_k x^2)}\sim\frac{1}{3}(2r)^2=\frac{25}{3}\cdot 10^{-16},$$

so wird

$$\overline{(\Delta x)^2}\lesssim\frac{0{,}94\cdot 25}{3}\cdot 10^{-5}=79\cdot 10^{-6}$$

und

$$\overline{(\Delta x)}\lesssim 0{,}1\text{ mm}.$$

Die Kleinheit dieser Strecke macht es, auch abgesehen von der Austrittsarbeit, deutlich, daß aus der Diffusion der Elektronen aus dem Leiter heraus selbst bei den dünnsten der von Kamerlingh Onnes benutzten Drähte (Durchmesser $\sim 0{,}1$ mm) kein meßbarer Widerstand abzuleiten ist.

Der in der Strömungsrichtung s bis zur nächsten Bindung im Mittel zurückgelegte Weg Δs ist natürlich, da hier dauernd ein Vorzeichen der Geschwindigkeit überwiegt, anders zu berechnen, nämlich einfach als Produkt von $1/\gamma$ und der Strömungsgeschwindigkeit der freien Elektronen. Bei der bereits oben benutzten großen Stromdichte von 180 E.M.E. erhalten wir doch erst:

$$\frac{s_f'}{\gamma}=\frac{i}{n_-\cdot\varepsilon\cdot\gamma}\geqq 1{,}8\cdot 10^{-3}\,\text{cm}.$$

§ 51. Die Relaxationszeit eines sich selbst überlassenen Stromes wäre bei völlig fehlender Selbstinduktion einfach gleich $1/\gamma$, wie man aus Gl. (6) sieht. Tatsächlich ist sie stets vielmals größer, gleich dem Quotienten aus Selbstinduktion und Widerstand des Leiters. Für einen der von K. Onnes gebrauchten supraleitenden Bleiringe findet man z. B. die Zeit von anderthalb Jahren (bzw. mehr), (Verf. (53), S. 128).

Hiernach ist es lediglich die Selbstinduktion, gegebenenfalls verbunden mit gegenseitiger Induktion, welche die beobachteten Dauerströme in Supraleitern ermöglicht.

d) Die Unverrückbarkeit der Stromlinien in Supraleitern gegenüber magnetischen Kräften.

§ 52. Trotz der Beweglichkeit der freien Elektronen in jeder Richtung und obgleich diese bei dem einzelnen Elektron genau so gegenüber einer magnetischen wie gegenüber einer elektrischen Kraft besteht, findet nun auch die von K. Onnes (siehe oben § 13) beobachtete Unverrückbarkeit der auf einer Hohlkugel umlaufenden Ströme gegenüber magnetischen Kräften ihre Erklärung. Diese beruht, kurz gesagt, darauf, daß nur ein elektrisches Feld, indem es allen freien Elektronen dieselbe Beschleunigung erteilt, eine Strömung ihrer Gesamtheit von derselben Art, d. h. Geschwindigkeitsverteilung erzeugt, wie sie auch bei den zufälligen Bewegungsschwankungen entsteht. Nur für die Strömungen dieser Art ist aber die Bedingung der Supraleitfähigkeit (2) und der aus ihr folgende Ausdruck (6) des Widerstandes aufgestellt. Dagegen erteilt ein magnetisches Feld den Elektronen je nach ihren Geschwindigkeiten ganz verschiedene Beschleunigungen und für die aus ihnen resultierende Strömung ist in keinem Falle Supraleitfähigkeit zu erwarten. Rechnet man auf Grund dieser Überlegung den Versuch von K. Onnes mit von ihm gegebenen Zahlen durch, so findet man zwar eine gewisse Drehung der Stromrichtungen auf der Kugel durch das Magnetfeld, aber diese geschieht infolge der Gegenwirkung der Selbstinduktion so langsam, daß sie auch bei vielmals erhöhter Beobachtungsgenauigkeit nicht bemerkt werden könnte (siehe Verf. 53)).

e) Die Sprungtemperatur.

§ 53. Die Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Temperatur ist in der bis jetzt vorliegenden Darstellung meiner Theorie noch nicht allgemein untersucht[1]). Immerhin ist der plötzliche Eintritt des Widerstands bei Supraleitern und sein Anstieg mit wachsender Temperatur durch die folgende Vorstellung verständlich gemacht (siehe (53), S. 124): Die freien Elektronen befinden sich durchweg auf höheren Energiestufen als die gebundenen. Jedes von ihnen hat daher genug Energie, um in jede frei gewordene Stelle eines gebundenen Elektrons einzuspringen. — Deshalb ist oben die Bindungswahrscheinlichkeit als unabhängig von v angenommen. — Einzige Bedingung des Einspringens ist die vorherige Befreiung eines gebundenen Elektrons. Die hierzu nötige Arbeit wird der Wärmeenergie der Atome entnommen. Erst wenn diese die zur Überwindung des durchgehenden Energieunterschiedes zwischen freien und gebundenen Elektronen notwendige Höhe erreicht, was bei einer ganz bestimmten Temperatur, der Sprungtemperatur T_s, geschehen wird, setzt der elektrische Widerstand ein, um dann mit wachsender Atomenergie und dadurch vermehrten Elektronenbefreiungen immer weiter anzusteigen.

Das Bestehen eines durchgehenden von Null verschiedenen Energieunterschiedes zwischen freien und gebundenen Elektronen bei den Supraleitern wird im Anschluß an das Rutherford-Bohrsche Atommodell dadurch erklärt, daß von jedem Metallatome gerade das eine auf der höchsten Energiestufe der äußersten „Schale" gebundene Elektron im festen Zustande des Stoffs „frei" geworden ist und daher nur mit einem Elektron einer tieferen Stufe (derselben Schale) den Platz tauschen kann[1]). Deshalb ist oben n_f gleich der Atomzahl gesetzt. Enthält die äußerste Schale des Atoms nur eine Energiestufe, so ist von den Elektronen dieser Stufe im festen Zustande nur ein Teil frei. Zwischen ihnen und den gebundenen Elektronen besteht kein durchgehender Energieunterschied. Infolgedessen ist bei den Elementen der ersten Kolonne des periodischen Systems *Li*, *Na*, *K*, *Rb*, *Cs*, *Cu*, *Ag*, *Au* keine Supraleitfähigkeit zu erwarten[2]). Tatsächlich ist bei ihnen auch keine gefunden ((85), oben § 12)).

Schließlich sei noch erwähnt, daß die Erniedrigung der Sprungtemperatur durch ein äußeres magnetisches Feld (siehe oben § 12) sich wenigstens qualitativ durch die Aufspaltung der Energiestufen der gebundenen Elektronen (Zeemaneffekt) erklärt. Der Unterschied zwischen der höchsten Energiestufe der gebundenen und der Grundstufe der freien Elektronen wird dadurch verringert.

VIII. Die spezifische Wärme der Leitungselektronen und andere Fragen.

§ 54. Für alle Theorien der elektrischen Leitfähigkeit ist es notwendig, zu erklären, warum die Energie der Leitungselektronen ohne merklichen Einfluß auf die spezifische Wärme der Metalle bleibt, die nach den vorliegenden Beobachtungen nicht größer ist als bei andern festen Stoffen, zum mindesten bei tiefen Temperaturen [vgl. Seeliger (75), S. 853, 854]. Schreibt man den freien Leitungselektronen wie in der

1) Eine noch nicht veröffentlichte Untersuchung scheint zu brauchbaren Ergebnissen zu führen.

1) Natürlich können aus jedem Atom auch 2 oder 3 Elektronen befreit sein.

2) Wenn bei einem dieser Elemente, etwa durch sehr hohen Druck (vgl. oben § 4), alle Valenzelektronen frei wären, so sollte man hiernach bei verhältnismäßig sehr hohen Temperaturen noch Supraleitfähigkeit finden.

Drudeschen Theorie die mittlere kinetische Energie $\frac{3}{2}kT$ der Atome eines idealen Gases zu, so ergibt das für jedes Elektron einen Beitrag zur spezifischen Wärme, der bei höheren Temperaturen gleich der halben Atomwärme, $3k$, und bei hinreichend tiefen Temperaturen sogar groß gegen diese ist.

a) Kleine Zahl oder geringe Energie der Leitungselektronen.

§ 55. Die nächstliegende Lösungsmöglichkeit dieser Frage ist die Annahme, daß die Zahl der freien Elektronen klein gegen die der Atome sei. Sie wird von Bridgman (8, 9) vertreten und auch noch durch weitere Gründe gestützt.

Bridgman führt aus, man müsse eine verhältnismäßig kleine Zahl freier Elektronen annehmen, um auch bei gewöhnlichen Temperaturen schon eine gegen den Atomabstand große mittlere freie Weglänge und mit dieser eine Erklärung zu erhalten: Erstens für die große Erhöhung des spezifischen Widerstands mancher Metalle bei verhältnismäßig kleinen Verunreinigungen — denn wenige lange Wege oder Atomketten (siehe oben § 27), können von einer geringen Zahl fremder Atome eher blockiert werden als viele kurze — und zweitens für die von ihm gefundene Abweichung vom Ohmschen Gesetz bei hohen Stromdichten (oben § 8). Die mittlere zusätzliche Geschwindigkeit, die das äußere elektrische Feld einem Elektron erteilt, und die Bridgman gleich der Strömungsgeschwindigkeit setzt, hört nämlich bei langen und in verhältnismäßig langer Zeit durchlaufenen Wegen eher auf, ganz proportional mit der Feldstärke zu wachsen als bei kurzen.

Schließlich kommt Bridgman (9), wie schon erwähnt, auch bei seiner Berechnung der Wärmeleitung der Metalle, die nach ihm zu etwa einem Drittel von den Atomketten selbst besorgt wird, zu Ketten- und Weglängen von 10 bis 30 Atomabständen bei gewöhnlicher Temperatur und ebensoviel Atomen auf je ein freies Elektron.

Besonders der erstgenannte Grund von Bridgman ist wohl nicht ohne weiteres von der Hand zu weisen.

§ 56. Indessen genügt eine bloße Verringerung der Anzahl der freien Elektronen bei tiefen Temperaturen offensichtlich nicht mehr, um das Verschwinden ihres Beitrags zu der ebenfalls gegen Null strebenden Atomwärme zu erklären. Die Verringerung müßte jedes mit dem starken Anstieg der Leitfähigkeit irgendwie verträgliche Maß überschreiten.

Deshalb nimmt Bridgman ((8), S. 170) an, daß bei sehr tiefen Temperaturen die kinetische Energie der Elektronen von T unabhängig wird und zwar deshalb, weil der Energieausgleich zwischen ihnen und den Atomen zu langsam wird, um die von T unabhängige Geschwindigkeit mit der jedes Elektron — bei Beginn seiner freien Bewegung — von einem Atom ausgestoßen wird, bis zum Wiedereinfangen durch ein anderes Atom merklich zu ändern.

Gegen diese Erklärung spricht meines Erachtens, daß auch die freien Wege und damit die zum Energieausgleich verfügbare Zeit bei tiefen Temperaturen wegen der höheren Leitfähigkeit viel größer angenommen werden müssen als bei gewöhnlichen Temperaturen.

§ 57. Einen andern Ausweg aus dem Dilemma der spezifischen Wärme hat J. J. Thomson (82) in seiner oben wiedergegebenen Theorie eingeschlagen, indem er die Energie $3 \cdot kT$ erst je einer ganzen „Elektronenkette" zuschrieb und damit dem einzelnen Elektron nur einen Bruchteil hiervon, der bei der großen und mit abnehmender Temperatur wachsenden Anzahl der Kettenglieder unmeßbar klein wäre.

Diese Erklärung steht und fällt mit der Theorie Thomsons im ganzen, deren Schwächen ja bereits erörtert sind (s. oben § 26 und B. III u. VI).

b) Auf Quantenbahnen bewegte Elektronen.

Der Virialsatz.

§ 58. Wesentlich anders zu unserer Frage stellen sich die Theorien, welche die Leitungselektronen auf Quantenbahnen mit durch Quantengesetze bestimmten Geschwindigkeiten sich bewegen lassen. Hier ist von vornherein keine Abhängigkeit der Elektronenenergie, die zudem gar nicht gesondert von der Atomenergie auftritt, von der Temperatur zu erwarten und alles soweit in Ordnung, sofern nicht aus den übrigen Annahmen der Theorie etwas anderes folgt. Daß dieser Fall eintreten kann, lehrt die Theorie Frenkels.

Frenkel (35) leitet, wie gesagt, seinen Ausdruck der elektrischen Leitfähigkeit unmittelbar aus der Forderung ab, daß die Leitungselektronen eines Metalls sich in stationärem Gleichgewicht befinden, wenn auf sie das (gesamte) Feld $\mathfrak{E}_x$, das > 0 sei, wirkt und ihm entgegen die „Diffusionskraft", welche durch einen Anstieg der Elektronendichte gemäß

$$\frac{\partial n_-}{\partial x} = -\frac{n_-}{kT} \cdot \varepsilon \cdot \mathfrak{E}_x$$

(s. oben § 18. Gl. (2a) und (3)

in der Kraftrichtung, $-x$, entsteht. Die „Diffusionskraft" auf eine senkrecht zur x-Richtung ausgeschnittene Elektronenschicht der Dicke dx mit der Grundfläche Eins ist somit gleich

$$kT\frac{\partial n_-}{\partial x}\cdot dx = -\varepsilon\cdot\mathfrak{E}_x\cdot n_-\cdot dx.$$

Dies ist der Überschuß des infolge der Diffusion auf der negativen Seite der Schicht in der Sekunde einströmenden x-Impulses über den auf der positiven Seite ausströmenden; oder wenn man den Impulsstrom mit p bezeichnet, so ist:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = kT\cdot\frac{\partial n_-}{\partial x}$$

und

$$p = n_-\cdot kT + \text{Rest}.$$

Das als Rest bezeichnete zweite Glied rechts kann noch von T abhängen, doch ist nicht bestimmt, in welcher Weise. Das erste Glied nennt Frenkel (35) S. 225 den „osmotischen" oder „hydrostatischen" Druck.

Nun ist aber nach einer aus der kinetischen Gastheorie wohlbekannten Überlegung der von den diffundierenden Elektronen getragene Impulsstrom p unmittelbar verknüpft mit ihrer mittleren kinetischen Energie L_- in der Raumeinheit und zwar ist bei makroskopischer Isotropie:

$$p = \frac{2}{3}L_-{}^{1}).$$

Folglich

$$L_- = v_-\cdot\frac{3}{2}kT + \text{Rest}.$$

Die mittlere kinetische Energie der Leitungs- und zugleich Valenzelektronen enthält also nach Frenkels Theorie in sich als Addenden die Atomenergie eines einatomigen idealen Gases. Bei der großen Zahl der Valenzelektronen muß der hieraus folgende Beitrag zur spezifischen Wärme des Körpers, wenn kein Widerspruch zur Erfahrung entstehen soll, durch den Rest der Elektronen- oder Atomenergie fast genau ausgeglichen werden. Da aber über den Beitrag dieser restlichen Energie zur spezifischen Wärme aus Frenkels Theorie — soweit sie vorliegt — nichts folgt, so bedeutet dies Beantwortung der Frage durch eine Annahme ad hoc.

1) Berücksichtigt man, daß in p außer dem Konvektionsstrom des Impulses auch die mittlere Maxwellsche Spannung $\overline{X_x}$ des elektromagnetischen Feldes enthalten ist, und nimmt demgemäß die ganze mittlere Feldenergiedichte in L_- auf, so erhält man statt $^2/_3$ einen kleineren und in der nächsten Gleichung statt $^3/_2$ einen größeren Koeffizienten; denn die Dichte der Feldenergie ist bei Isotropie im Mittel gleich dem Dreifachen von $\overline{X_x}$. S. z. B. Abraham: „Theorie der Elektrizität" II. § 5.

§ 59. Im übrigen denkt sich Frenkel die Valenzelektronen im festen Metall noch enger an die Atome gebunden als bei isolierten Atomen. Er schließt dies aus dem Virialsatz. Nach diesem ist im stationären Zustande eines Systems geladener Massenpunkte, die nur nach dem Coulombschen Gesetz aufeinander wirken, die kinetische Energie L im Mittel entgegengesetzt gleich der Hälfte der potentiellen Energie U aller Massen[1]).

$$2\overline{L} = -\overline{U}$$

oder wenn $E = \overline{L} + \overline{U}$ die ganze Energie ist:

$$\overline{L} = -E^{2}),$$

wobei U vom Zustand unendlicher Entfernung aller Ladungen von einander aus gerechnet ist.

Bei der Vereinigung von Metallatomen zu festem Metall verringert sich E um die Sublimationswärme und $\overline{L}$ vergrößert sich nach der Gleichung um eben soviel. Setzt man nun voraus, daß die innere kinetische Energie der Atomionen bei dem Vorgang ungeändert bleibt, so kommt, da die Wärmebewegung der Atome nur verhältnismäßig geringe Energie hat, fast die ganze Vermehrung von $\overline{L}$, die nach Frenkels Angaben beträchtlich ist, den Valenzelektronen zugute. Ihre Geschwindigkeiten werden größer und ihre Bahnen um die Atomkerne enger. (Tauchbahnen nach Frenkel (35) S. 218.)

Dieser Schluß steht und fällt aber mit der angegebenen Voraussetzung der unveränderlichen Energie des Atomrumpfes. Eine Begründung dieser Voraussetzung, die bei „Tauchbahnen" der Valenzelektronen schwer erfüllbar sein dürfte und doch wegen der Größe der kinetischen Energie der Rumpfelektronen gegen die der Valenzelektronen sehr genau erfüllt sein müßte, wird nicht gegeben. Die aus ihr für die Energie der Valenzelektronen gezogene Folgerung wird durch die von Frenkel angeführten Tatsachen eher widerlegt als bestätigt[3]).

So bleibt diese Energie durchaus unbestimmt.

2) Hiernach ergibt eine mit T wachsende kinetische Energie der Elektronen einen negativen Beitrag zur spezifischen Wärme, der womöglich noch schlimmer ist als ein positiver.

3) Dafür spricht nach Frenkel (35), „daß die Spektra verschiedener chemischer Verbindungen gegenüber den betreffenden Elementen nach Ultraviolett verschoben sind" (S. 216, Anm. 2). Dagegen erstens: „Die Energie, welche für das — ‚lichtelektrische' — Herausreißen eines Elektrons aus dem festen Metall notwendig ist, ist etwa zweimal kleiner als bei dem entsprechenden Dampfe" (S. 216) und zweitens die Zahlen der Tabelle auf S. 240 l. c., nach denen die potentielle Energie der Valenzelektronen annähernd gleich ihrer Gesamtenergie sein müßte.

c) Das Elektronengas.

§ 60. Die eigne Theorie des Verfassers befindet sich — in ihrem bisherigen Zustande — der Frage der spezifischen Wärme der Leitungselektronen gegenüber in der gleichen unbefriedigenden Lage wie die Theorie Frenkels. Der geringe sachliche Unterschied ist nur der, daß nach der Theorie des Verfassers $3kT/2$ schon die ganze mittlere kinetische Energie der freien Leitungselektronen ist und daher zur Ausgleichung nur ihre potentielle Energie und die übrige Energie des Körpers verfügbar ist und daß andererseits die Zahl der freien Elektronen nicht so fest mit der Atomzahl verbunden ist wie die der Valenzelektronen und allenfalls als klein gegen die Atomzahl angesetzt werden könnte.

Der Verfasser ist zu dem klassischen Ansatz für die kinetische Energie der freien Elektronen gelangt durch eine neue Berechnung[1]) des Ausstrahlungs- und des Absorptionsvermögens einer unendlichen ebenen Metallplatte für sehr lange Wellen, bei denen diese Größen nach allen Erfahrungen durch die klassischen Gesetze richtig dargestellt werden. Soll das Verhältnis der Ausstrahlung zum Absorptionsvermögen das vom Planckschen Strahlungsgesetze für lange Wellen geforderte sein, so müssen die spontanen Elektronenströmungen, welche die Ausstrahlung bestimmen, eine ganz bestimmte mittlere Energie und ein Energieverteilungsgesetz der Maxwellschen Form haben. Hieraus folgt dann die Maxwellsche Energieverteilung mit dem Mittelwerte $3kT/2$ für die kinetische Energie der einzelnen Elektronen, vorausgesetzt, daß ihre Geschwindigkeiten voneinander statistisch unabhängig sind.

§ 61. Dabei sollte und kann aber nicht behauptet werden, daß die freien Elektronen sich in jeder Beziehung so verhalten wie die klassische Elektrodynamik und Statistik es fordern. Das verbietet schon die bekannte Unmöglichkeit, auf rein klassischer Grundlage auch für die Strahlung kürzerer Wellenlängen, bei der das Wirkungsquantum eine merkliche Rolle spielt, das Plancksche Strahlungsgesetz befriedigend abzuleiten. Ferner ist das nicht zu umgehende Verbot des Eindringens freier Elektronen in die Atomkerne eine offenbare Durchbrechung der klassischen Statistik, derzufolge die Kerne als Stellen geringster potentieller Energie gerade die bevorzugten Aufenthaltsorte der freien Elektronen sein müßten (vgl. Verf. (52), S. 431, Anm. 1).

1) Eine solche Berechnung ist bekanntlich zuerst von H. A. Lorentz, Versl. Amsterd. II, 787, 1903 und nach ihm noch mehrfach ausgeführt. Die Rechnung des Verfassers (51) macht keine Voraussetzungen über die zwischen den Elektronen und zwischen Elektronen und Atomen wirkenden Kräfte.

So wird man zu der Vorstellung geführt, daß auch die Bewegung der freien Leitungselektronen in hohem Grade von Quantengesetzen beherrscht ist. Zugleich muß sie, um die oben (B, VII) dargelegte Erklärung der Supraleitfähigkeit zu gestatten, die nach dem vorher (B, VI) Ausgeführten nicht so leicht zu ersetzen sein dürfte, eine ungeordnete Bewegung mit spontanen Strömungsschwankungen und einer gewissen statistischen Unabhängigkeit der Elektronengeschwindigkeit vom Felde sein (s. oben § 47), während ein anderer Mittelwert der kinetischen Elektronenenergie als $3kT/2$ nur eine unwesentliche[1]) Änderung einiger oben angegebenen Zahlen mit sich führen würde.

§ 62. Bedingungen der Gültigkeit des Planckschen Strahlungsgesetzes für alle Wellenlängen beim Gleichgewicht zwischen Strahlung und freien Elektronen mit Maxwellscher Geschwindigkeitsverteilung und der mittleren kinetischen Energie $3kT/2$, hat W. Pauly jr. (68) im Anschluß an die bekannte Einsteinsche (29) Ableitung des Strahlungsgesetzes aufgestellt. Dabei tritt die Strahlung in Lichtquanten zerlegt auf und die Bedingungen bestimmen die Häufigkeiten der verschiedenen „Stöße" oder Übertragungen von Energie und Impuls zwischen Elektronen und Lichtquanten. Es ist wohl nicht ausgeschlossen, daß sich diese Betrachtungen auf die freien Leitungselektronen im Metallinnern ausdehnen lassen und zu einer wenigstens formal einheitlichen Darstellung ihrer Strahlung für alle Wellenlängen führen. Die Frage der spezifischen Wärme bliebe aber offen.

Diese wieder scheint eine befriedigende Antwort eher bei einer Theorie der Gasentartung zu finden. Einstein (30) hat seine Gasentartungstheorie bereits auf die Leitungselektronen angewendet, (l. c. § 10); doch ergeben sich anscheinend unlösbare Widersprüche zur Erfahrung.

Aussichtsreicher erscheint dem Verfasser Fermis (33) Theorie der Gasentartung[2]). Aus

1) Fermis (33) Theorie der Gasentartung ergibt für ein Elektronengas mit $\frac{1}{3}\,10^{23}$ Elektronen in der Raumeinheit $\sqrt{\varepsilon^2} \gtrsim 8 \cdot 10^7$ unabhängig von der Temperatur, statt $\frac{4}{3}\,10^6$ bei 4,2° abs. klassisch. Dadurch würde die oben in § 49 berechnete mittlere Weglänge auf das rund 60fache, aber die geradlinige Entfernung ihrer Endpunkte nur auf das $\sqrt{60}$fache erhöht werden.

2) Auf Grund dieser Theorie hat bereits Pauly (69) die magnetische Suszeptibilität des Elektronengases bestimmt. Der Grund, warum der Verfasser die Fermische Theorie für aussichtsreicher hält, liegt in der Überzeugung, daß alles, was man gegenwärtig unter den Bestimmungsstücken eines mikroskopischen Zustands versteht, wie Lage und Geschwindigkeit aller freien und Bindungsart aller gebundenen Elementarladungen, bei folgerechter Durchführung der Quantentheorie als ein bloßes System von Quantenzahlen und ihren Zuordnungen zueinander wird

ihr würde — nach einer vorläufigen Überschlagsrechnung — für $n_- = \frac{1}{3} \cdot 10^{23}$ kein merklicher Beitrag der freien Elektronen zur spezifischen Wärme folgen.

Dagegen dürfte die Strahlungsfrage und manche andere, z. B. schon rein theoretisch die Bestimmung des „Volumens" des Elektronengases im Metall, noch Schwierigkeiten machen. Mit diesen soll sich indessen der vorliegende Bericht nicht mehr beschäftigen.

---

dargestellt werden müssen und alle Zustandsänderungen als Änderungen solcher Systeme. Jedes Elektron, Ion, Atom usw. existiert demnach nur als ein Teilsystem von Quantenzahlen und Zuordnungen, und die Möglichkeit, daß zwei Elektronen oder zwei Atome zugleich dieselben Quantenzahlen besitzen, ist undenkbar. Das ist aber gerade die Verallgemeinerung des „Paulyschen Verbots", auf die sich die Theorie der Gasentartung von Fermi gründet.

Im Bericht angeführte Arbeiten.

1) Benedicks, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **13**, 351, 1916.
2) Ch. Bialobjeski, Phil. Mag. (6) **45**, 161—168, 1923.
3) Ch. C. Bidwell, Phys. Rev. (2) **23**, 357—376, 1924.
4) G. Borelius, Ann. d. Phys. **77**, 109—137, 1925.
5) A. Bramley, Phil. Mag. (6) **46**, 1053—1073, 1923.
6) P. W. Bridgman, Report on the Phenomena of conductibility in Metals and their theoretical explanation, 1924. (Noch nicht gedruckt, soll demnächst erscheinen).
7) —, Phys. Rev. **9**, 269, 1917.
8) —, Phys. Rev. **17**, 161—194, 1921.
9) —, Phys. Rev. **19**, 114—134, 1922.
10) —, Proc. Amer. Acad. **52**, 571—649, 1917.
11) —, Proc. Amer. Acad. **56**, 61—154, 1921.
12) —, Proc. Amer. Acad. **58**, 151—161, 1923.
13) —, Proc. Amer. Acad. **60**, 585—421, 1925.
14) —, Phys. Rev. **27**, 68—86, 1926.
15) —, Proc. Amer. Acad. **57**, 41—66, 1922.
16) —, Proc. Amer. Acad. **59**, 119—137, 1924.
17) —, Proc. Amer. Acad. **60**, 423—449, 1925.
18) —, Proc. Amer. Acad. **57**, 77—127, 1922.
19) —, Proc. Amer. Acad. **61**, 101—110, 1925.
20) —, Proc. Nat. Acad. Sciences **5**, 351, 1919.
21) —, Proc. Amer. Acad. **57**, 131—172, 1922.
22) —, Proc. Amer. Acad. **60**, 305—383, 1925.
23) J. E. Calthrop, Proc. Phys. Soc. London. **36**, 168 bis 175, 1924.
24) — und Charles H. Lees, Proc. Phys. Soc. London **35**, 225—234, 1923.
25) H. Cassel, Zeitschr. f. Phys. **33**, 477—478, 1925.
26) C. A. Crommelin, Onnes-Festschrift **1922**, S. 483—428.
27) —, Physik. Zeitschr. **21**, 274 ff., 1920.
28) Wh. F. Davy, Phys. Rev. (2) **25**, 248, 1925.
29) A. Einstein, Physik. Zeitschr. **18**, 121, 1917.
30) —, Berl. Ber. **1925**, 3 (Heft 1, 2).
31) L. A. Epstein, Zeitschr. f. Phys. **32**, 620—638, 1925.
32) A. Eucken und O. Neumann, Zeitschr. f. phys. Chem. **111**, 431—446, 1924.
33) E. Fermi, Zeitschr. f. Phys. **36**, 902—912, 1926.
34) O. Feussner, Zeitschr. f. Phys. **25**, 215, 1924.
35) J. Frenkel, Zeitschr. f. Phys. **29**, 214—240, 1924.
36) W. Geiß und J. A. M. v. Liempt, Zeitschr. f. Metallkunde **17**, 194—197, 1925.
37) E. Grüneisen, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **20**, 53—62, 1918.
38) —, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 186—200, 1913.
39) —, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **20**, 36—52, 1918.
40) — und Goens, Zeitschr. f. Phys. **26**, 250—273, 1924.
41) — —, Physik. Zeitschr. **24**, 506—510, 1923.
42) Herzfeld, Ann. d. Phys. **41**, 27—52, 1913.
43) Kr. Höjendahl, Phil. Mag. (6) **48**, 349—360, 1924.
44) L. Holborn, Zeitschr. f. Phys. **8**, 58—61, 1921.
45) —, Ann. d. Phys. (4) **59**, 145—160, 1919.
46) H. K. Holtjer und K. Onnes, Rep. and Comm. 4. intern. Congr. of Refrig. London. S. 211—214.
47) W. Jäger und H. v. Steinwehr, Zeitschr. f. Phys. 9, 201, 1922.
48) Marya Kahanowicz, Lincei Rend. (5) 31, [1], 364—366, 1922.
49) G. W. C. Kaye und J. Keith Roberts, Proc. Roy. Soc. London (A) **104**, 98—114, 1923.
50) J. Koenigsberger, Ann. d. Phys. (4) **32**, 179—230, 1910.
51) E. Kretschmann, Ann. d. Phys. (4) **74**, 189—215, 1924.
52) —, Ann. d. Phys. (4) **74**, 405—444, 1924.
53) —, Ann. d. Phys. (4) **80**, 109—136, 1926.
54) —, Zur Theorie der Supraleitfähigkeit und der gewöhnlichen elektrischen Leitfähigkeit der Metalle. Schriften der Königsberger Gelehrten Gesellschaft. 1. Jahrg., Heft 6, 1925.
55) —, Physik. Zeitschr. **25**, 162—164, 1924.
56) S. Lussana, Nuovo Cim. (6) **15**, 130—170, 1918.
57) —, Nuovo Cim. **25**, 115—130, 1923.
58) S. S. Mackeown, Phys. Rev. (2) **21**, 708, 1923.
59) W. Meißner, Zeitschr. f. Phys. **38**, 647—658, 1926.
60) —, Physik. Zeitschr. **26**, 689—694, 1925.
61) —, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **17**, 229—273, 1921.
62) N. S. Nasarow, Physik. Zeitschr. **27**, 455—438, 1926.
63) H. K. Onnes, Communications from the Physical Laboratory of the University of Leiden. Supplement 50 zu Nr. 157—168.
64) K. Onnes, Comm. Leiden, Nr. 141.
65) K. Onnes und G. Holst, Comm. Leiden Nr. 142c od. Versl. Amsterd. **23**, (1), 703—710, 1914.
66) — und W. Tuyn, Comm. Leiden Nr. 160, 11—20, 1923; Proc. Amst. **25**, 451—457, 1923.
67) L. S. Ornstein, Zeitschr. f. Phys. **32**, 673—677, 1925.
68) W. Pauly jr., Zeitsch. f. Phys. **18**, 272—280, 1923.
69) —, Zeitschr. f. Phys. **41**, 81—102, 1927.
70) H. A. Perkins, Phys. Rev. (2) **25**, 584—585, 1925.
71) —, C. R. **175**, 303—305 (1922); Journ. de phys. et le Radium (6) **4**, 246—256, 1923.
72) Pogany, Ann. d. Phys. **49**, 531, 1916.
73) W. Pogorzelski, Krakauer Anzeiger (A) 1922, S. 79—95.
74) F. A. Schofield, Proc. Roy. Soc. London (A) 107, 206—227, 1025.
75) R. Seeliger, Enzykl. d. Math. Wiss., Bd. V_2, H. 5, 1921.
76) K. Siebel, Die Elektriziät in Metallen. Braunschweig 1922, Sammlung Vieweg, Heft 62.
77) Fr. Simon, Zeitschr. f. Phys. Chem. **109**, 139—142, 1924; Zeitschr. f. phys. **27**, 157—163, 1924.
78) J. C. Steinberg, Phys. Rev. (2) **21**, 22—29, 1923.
79) J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) **30**, 192—202, 1915.
80) —, Phil. Mag. (6) **44**, 657—679, 1922.
81) —, Phil. Mag. (6) **41**, 510, 1921.
82) —, Phil. Mag. (6) **43**, 721, 1922.
83) —, The electron in chemistry. London 1923.
84) Tomlinson, Trans. Roy. Soc. Lond. **174**, 1—172, 1883.
85) W. Tuyn, Weerstandsmetingen in vloeibaar Helium. Diss. Leiden 1924.
86) G. R. Wait, Phys. Rev. (2) **19**, 615—622, 1922; **17**, 233, 1921.
87) A. T. Waterman, Phys. Rev. (2) **22**, 259, 1923.
88) F. Wenner, Phys. Rev. (2) **23**, 301, 1924.
89) W. Wien, Berl. Ber. (I), **1913**, S. 184.
90) Alfred Wolf, Phys. Rev. (2) **26**, 256—260, 1925.

(Eingegangen 15. April 1927.)

BESPRECHUNGEN.

H. Schwerdt, Einführung in die praktische Nomographie. (Math.-Naturw.-Tech. Bücherei Bd. 6.) Gr. 8°. VI u. 122. S. Mit 62 Abb. Berlin, O. Salle. 1927. Geb. M. 3.—.

Es bedarf wohl keiner Worte um die Vorteile der Nomographie für jenen auseinanderzusetzen, der genötigt ist häufige Rechnungen nach einer und derselben Formel vorzunehmen, besonders was die Ersparnis an Zeit und Gedankenarbeit anbelangt. Der Verfasser des vorliegenden Buches hat es jedenfalls verstanden in reizvoller und faßlicher Weise in den Stoff so weit einzuführen als es für den normalen praktischen Gebrauch notwendig ist. Dabei fehlt es nicht an interessanten Hinweisen auf die theoretischen Probleme und Zusammenhänge. Die Darstellung ist übrigens auch vom didaktischen Standpunkt aus erfreulich, denn an der Spitze steht immer die Behandlung von Beispielen aus der Praxis (unter anderm auch der Physik), in deren Verlauf sich dann die theoretischen Fragen von selbst aufdrängen.

Nach zwei kurzen Abschnitten über die Herstellung von Funktionsleitern und Funktionsnetzen werden die Netztafeln ausführlich behandelt und dabei das Problem der Streckung von Kurven durch Verzerrung der Koordinatenachsen eingehend besprochen. Der zweite Hauptteil befaßt sich mit der Herstellung von Leitertafeln auch unter Einbeziehung empirischer Funktionen.

Im Kapitel V (Theoretische Fragen) findet sich vor allen Dingen ein Hinweis auf die duale Beziehung zwischen den zwei behandelten Hauptarten nomographischer Darstellung.

Das Abbildungsmaterial ist vorzüglich und verrät Vertrautheit mit den Erfahrungen moderner Werbetechnik. Außer einem Literaturanhang findet sich ein Nachweis über Hilfsmittel für nomographische Arbeiten und über gebrauchsfertige nomographische Tafeln.

E. Nies.

F. Wenner, Praktische Rechenbildkunde (Nomographie). Gr. 8°. VI u. 78 S. Mit 30 Abb. Aachener Verlags- u. Druckereigesellschaft. 1926. Geb. M. 3.—.

Aus dem Vorwort: „Dies Buch soll ein Leitfaden sein, der dem Leser . . ., Astronomen, Geodäten, Ingenieur, Physiker . . . auf dem kürzesten Wege die Kenntnisse vermitteln soll, die nötig sind um . . . . . ein brauchbares Nomogramm . . . zu entwerfen. Von der Theorie wird nur das für den Zweck des Buches unbedingt Notwendige gebracht . . . .“

Der Stoff des vorliegenden Büchleins ist im wesentlichen derselbe wie in dem Schwerdtschen (Linien- und Punktrechenbilder mit 3 und 4 Veränderlichen), doch ist die Darstellung etwas abstrakt und trocken und dürfte es dem Neuling nicht ganz leicht machen in den Stoff einzudringen und seine Bedeutung zu erkennen, vor allem weil das ganze theoretische Material in ein Kapitel zu Anfang des Buches zusammengedrängt ist.

Die durchgerechneten Beispiele beziehen sich nur auf geodätische und astronomische Anwendungen, die Figuren sind nicht von der Qualität des oben besprochenen Buches. Ein ausführlicher Schriftennachweis ist beigegeben.

E. Nies.

Données Numériques de Spectroscopie, red. von L. Bruninghaus. 4°. IX und 451 S. Paris, Gauthiers-Villars. 1925. Preis geb. 175 Fr., geh. 154 Fr.

Das Tabellenwerk stellt einen Auszug aus den jährlichen Veröffentlichungen des Conseil international de recherches dar, der wohl alle in den Zeitschriften der dem C. I. R. angeschlossenen Länder erschienenen quantitativen Angaben aus dem Gesamtgebiet der Spektroskopie enthalten dürfte, und die Jahre 1917—1922 umfaßt. Die Orginaldaten werden im allgemeinen unverändert und ohne Kritik mitgeteilt. Die deutschen Arbeiten sind größtenteils nur zitiert, so z. B. die Paschensche Ordnung des Neospektrums. Aus diesem Grund wird das Buch dem deutschen Forscher von größerem Nutzen sein als dem Angehörigen der im C. I. R. vertretenen Länder; denn die eigene Literatur ist ja ohnehin leicht zugänglich, während andererseits das Werk die Aufsuchung der oft fehlenden ausländischen Literatur der Kriegs- und Nachkriegszeit erspart. Aus diesem Grund ist die Anschaffung des Werkes dem Spektroskopiker zu empfehlen. Er wird dort vieles finden, was in weniger verbreiteten ausländischen Zeitschriften publiziert ist, so z. B. zahlreiche Kurven über den Verlauf des Absorptionsindex anorganischer und organischer Komplexe, Wellenlängenangaben von Bandenspektren in Kristallen und vieles andere.

G. Joos.

E. Nesper, Netzanschlußgeräte. Eine Anleitung für den Bau und Gebrauch von Geräten zur Entnahme der Heiz- und Anodenspannung aus Gleich- und Wechselstromnetzen. 1. Aufl. Gr. 8°. VI u. 96 S. Mit 61 Fig. Stuttgart, Franckhsche Verlagshandlung. 1927. M. 2.80, geb. M. 4.80.

Nach einleitender Besprechung des Zweckes der Netzanschlußgeräte wird den Nachteilen der bisher meist üblichen Stromquellen der Rundfunkempfangsanlagen der Vorteil der Verwendung von Netzanschlußgeräten hinsichtlich der betriebstechnischen Seite wie der Anschaffungs- und Betriebskosten gegenübergestellt. Ausgehend von Sieb- und Drosselketten werden die prinzipiellen Anordnungen bei Anschluß an Gleich- und Wechselstromnetzen an Hand von Schaltschemen und Kurvenbildern eingehend erörtert. Bei Behandlung der Einzelteile wird vor allem auf die richtige Dimensionierung unter Angabe der zweckmäßigen Zahlenwerte und die Störungsursachen hingewiesen. Die Berechnung von Transformatoren, sowie eine Übersicht über Gleichrichterröhren führen über zu eingehender Behandlung des Selbstbaus. Die Besprechung der wichtigsten Typen deutscher und ausländischer Netzanschlußgeräte mit Abbildungen, Schaltschemen, Gesichtspunkte für Behandlung und kritische Besprechung beschließt den Hauptteil. Im letzten Kapitel erfolgt eine kritische Behandlung der durch die V. D. E.-Verordnung vom 1. 10. 25 bedingten Lage, betr. Netzanschlußgeräte bei Anschluß an Gleichstromnetzen. Das allgemein verständlich geschriebene Buch, das nur allgemein bekannte physikalische Grundlagen voraussetzt, bietet eine gute Einführung in das Gebiet der Netzanschlußgeräte.

Decker.

Stefan Meyer und E. v. Schweidler, Radioaktivität. Zweite, vermehrte und teilweise umgearbeitete Auflage. Gr. 8°. 722 S. Mit 108 Abbildungen im Text. Leipzig und Berlin. B. G. Teubner, 1927. Geb. M. 36.—.

Dieses im besten Sinne des Wortes als Standardwerk zu bezeichnende Handbuch ist nunmehr in zweiter Auflage erschienen und da die erste Auflage in der Zeitschrift eine eingehende Würdigung gefunden hat (vgl. Physik. Zeitschr. **18**, 420, 1917), sollen hier im wesentlichen nur die neu hinzugekommenen oder umgearbeiteten Abschnitte beleuchtet werden.

Als die Verff. im Jahre 1916 die erste Auflage herausbrachten, waren die so bedeutsamen Versuche über die künstliche Atomzertrümmerung noch nicht durchgeführt, ja selbst die Erforschung der „natürlichen" H-Teilchen war noch im Anfangsstadium. Eine große Zahl experimenteller Untersuchungen hat sich seither mit diesem Fragenkomplex, zu dem auch die Einzelstreuungen der α- und β-Strahlen gehören, befaßt, denen sich naturgemäß eine Reihe theoretischer Arbeiten über Atomaufbau angeschlossen haben. In das Problem der Konstitution der Atomkerne greifen auch die seit 1921 von neuen Gesichtspunkten aus aufgenommenen Arbeiten über β- und γ-Strahlen ein, die zu einer recht weitgehenden Kenntnis der Wellenlängen der γ-Strahlen geführt haben, sowie die Erforschung der α-Strahlen extremer Reichweiten, deren erstmalige Auffindung durch Rutherford und Wood in der ersten Auflage gerade noch zitiert werden konnte. Endlich sei noch daran erinnert, daß auch die Zahl der bekannten radioaktiven Stoffe seit dem Jahre 1916 um das Protactinium und das Uran Z vermehrt worden ist.

Alle diese neuen Erkenntnisse sind von den Verff. in der neuen Auflage gründlichst berücksichtigt und in vorbildlicher Weise in die Gesamtdarstellung hineinverarbeitet worden, ohne daß der ursprüngliche Rahmen dadurch gesprengt wurde. Die Anordnung ist prinzipiell dieselbe wie in der ersten Auflage und umfaßt wieder 7 Hauptkapitel. Aber die einzelnen Kapitel weisen z. T. sehr erhebliche Veränderungen auf.

So ist im Kapitel II der Abschnitt über die Zerfallstheorie und die Struktur der radioaktiven Atome einer vollständigen Neubearbeitung unterzogen worden. Im Kapitel III ist bei der Besprechung der Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit die Lorentz-Einsteinsche Theorie mehr in den Vordergrund gestellt worden, ferner (was dem Verf. besonders dankenswert scheint) bei der Darstellung der Absorption und Streuung auf die Notwendigkeit der Definition der Intensität der Strahlen, je nachdem, ob es sich um Wellenstrahlen oder Korpuskularstrahlen handelt, hingewiesen. In dem Abschnitt über die Zahl der α-Teilchen pro Gramm Radium werden die hier herrschenden Differenzen in den neueren experimentellen Befunden diskutiert. Der Abschnitt über Absorption und Streuung der α-Strahlen ist den zahlreichen experimentellen und theoretischen Arbeiten der letzten Jahre entsprechend ergänzt worden, wobei die Umladung der α-Teilchen am Ende ihrer Reichweite die ihrer Bedeutung zukommende Berücksichtigung findet.

Im Kapitel 4 ist der Abschnitt über die Zertrümmerung der Materie neu hinzugekommen und wird als heute fast wichtigstes Arbeitsgebiet der radioaktiven Forschung mit entsprechender Ausführlichkeit dargestellt. Es handelt sich hierbei auch gerade um den Fragenkomplex, an dessen Klärung neben den Cambridger Physikern das Wiener Radiuminstitut am intensivsten arbeitet.

Die sehr übersichtliche Darstellung der Meßmethoden hat wertvolle Ergänzungen in verschiedenen Richtungen erhalten. Es sei hier nur auf die Zusammenstellung der verschiedenen gebräuchlichen Maßeinheiten, ferner auf die ausführlichere Darlegung der Meßmethodik für β- und γ-Strahlen, der Zählung der α- und β-Teilchen u. ä. mehr hingewiesen.

Das Kapitel über die radioaktiven Substanzen ist in allen seinen Abschnitten wie z. B. über Atombau, periodisches System, Isotopentabelle, radioaktive Elemente usw. auf den modernen Standpunkt gebracht und durch zahlreiche wertvolle Tabellen vervollständigt.

Endlich sind in dem Kapitel über die Radioaktivität in Geophysik und kosmischer Physik die interessanten Untersuchungen über die durchdringende Höhenstrahlung und ihren Ursprung bis zu den modernsten Forschungsergebnissen dargelegt.

Im Anhang sind 11 Tabellen zusammengestellt, die jeder auf radioaktivem Gebiet Arbeitende mit besonderem Dank begrüßen wird.

Den Schluß des Buches bildet ein Namensverzeichnis und ein Sachverzeichnis von außerordentlicher Vollständigkeit, die eine schnelle Orientierung in dem allmählich sehr groß gewordenen Gebiet ermöglichen.

Das Buch ist vor allem als Nachschlagewerk für die auf diesem Gebiet tätigen Forscher gedacht und es wird dieser Aufgabe in wirklich bewundernswerter Weise gerecht. Welche Fülle von Arbeit hier bewältigt werden mußte, läßt schon die Tatsache erkennen, daß die Literaturangaben 6430 Einzelarbeiten enthalten.

Die Verarbeitung dieses umfangreichen Stoffes ist mit jener souveränen Sachkenntnis durchgeführt, wie sie nur diejenigen besitzen können, die, wie die Verff. selbst so wirksam an der Entwicklung des Gebietes mitgearbeitet haben.

Demgegenüber ist es natürlich ganz bedeutungslos, daß hier und da nach Ansicht des Ref. eine ältere Auffassungsweise zugunsten neuerer Ergebnisse hätte gekürzt oder gestrichen werden können. So z. B. haben die neuesten Arbeiten von Schonland aus dem Jahre 1923–25 über Streuung der β-Strahlen, die vermutlich die sauberste und einwandfreieste experimentelle Bearbeitung dieser Frage darstellen, keine Berücksichtigung gefunden, während der experimentell kaum aufrecht zu erhaltenden Auffassung von der häufigen „wahren" Absorption der β-Strahlen eine längere Darlegung gewidmet ist.

Ebenso dürfte die seinerzeit so wertvolle Theorie von Sommerfeld über das Entstehen der γ-Strahlen heute durch die Experimente überholt und z. T. sogar widerlegt sein, während die Braggsche Korpuskularauffassung allen Beobachtungen auch heute noch in erstaunlicher Weise gerecht wird.

Bei der Frage des Bremsvermögens der α-Strahlen in verschiedenen Gasen würden die schönen Arbeiten von Gurney eine Erwähnung verdienen.

Bei der Besprechung der Rutherfordschen Diskussion des Zertrümmerungsvorganges durch α-Strahlen unter Einfangung eines α-Teilchens, wird Rutherford die Annahme zugeschrieben, daß N_{14} durch Aufnahme des α-Teilchens und Abspaltung von 2 H^+ und einem Elektron in O_{16} übergehe, während Rutherford an die Blackettschen Versuche anknüpft, wonach $N_{14} + He^{++} - H^+$ in O_{17} verwandelt wird.

Aber das sind Geringfügigkeiten, die dem Leser nur darum überhaupt zum Bewußtsein kommen, weil er in dem Werk in allen wesentlichen Punkten seine höchsten Anforderungen befriedigt findet.

Das Buch ist ein unentbehrliches Hilfsmittel für alle, die an dem Gebiet interessiert sind und die schöne Ausstattung, in der der Verlag das Werk herausgebracht hat, gibt dem wertvollen Inhalt auch den richtigen Rahmen.

Meitner.

E. Lohr, Atomismus und Kontinuitätstheorie in der neuzeitlichen Physik. (Wissenschaftliche Grundfragen Heft VI.) 82 S. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1926. 8°. Geh. M. 4.—.

Die vorliegende Schrift ist eine erweiterte Wiedergabe von Vorträgen, welche der Verf. im Rahmen der Salzburger Hochschulkurse im September 1925 gehalten hat. Ihre Herausgabe ist allein schon deswegen sehr zu begrüßen, weil sie die Allgemeinheit mit einer eigenartigen Denk- und Forschungsrichtung bekannt zu machen geeignet ist, deren Vorhandensein selbst vielen, namentlich jüngeren Fachgenossen unbekannt sein dürfte. Einige Andeutungen über das Lebenswerk von G. Jaumann, welches die Kontinuitätstheorie in dem hier verstandenen Sinne entwickelt hat, sind dem Leser dieser Zeitschrift übrigens in dem Nachruf zugänglich, den Lohr seinem kürzlich verblichenen Lehrer und Vorgänger in diesen Blättern gewidmet hat (**26**, 189, 1925). — Das Ziel der Vorträge ist, Korpuskulartheorie und Kontinuitätstheorie in ihrer geschichtlichen Entwicklung und grundsätzlichen Einstellung einander gegenüberzustellen. Der Verf. ist als Kontinuitätstheoretiker von der methodischen Überlegenheit seines Forschungsweges überzeugt, was auch seine vorangestellte Behandlung der Atomistik, bei aller objektiver Bemühung nicht verleugnen kann. Er hält der Atomistik vor, daß sie trotz aller Korpuskularvorstellungen und quantenhafter Diskontinuitäten auf den Gebrauch des Raum-Zeit-Kontinuums nicht verzichten kann; er meint, daß eine beliebig fortgeführte Unterteilung der atomistischen Einheiten ihr unbegrenzte Entwicklungsmöglichkeiten sichere, aber keine tiefere Bedeutung besitze als, vergleichsweise, die Epizykeltheorien der überwundenen geozentrischen Weltauffassung. — Gegenüber solchen zwiespältigen Grundlagen sei die Kontinuitätstheorie imstande zu zeigen, wie es sehr wohl möglich ist, das Naturgeschehen einheitlich zu formen, ohne von atomistischen Hypothesen Gebrauch zu machen. Die primären „Ordnungsformen" der Kontinuitätstheorie sind die Nahewirkungsgesetze, durch welche die quantitativ meßbaren Intensitätsänderungen der qualitativ verschiedenen „Zustandsvariablen" miteinander gesetzmäßig verknüpft werden. An diese Differentialgesetze werden formale Forderungen nach größtmöglicher Einfachheit gestellt: sie sollen alle von der ersten Ordnung sein, jedes Nahewirkungsgesetz soll die „Fluxion" (zeitliche Ableitung) nur einer einzigen Zustandsvariablen und diese nur linear enthalten, auch die Differentialquotienten nach den räumlichen Koordinaten sollen darin nur linear auftreten; die Anzahl der qualitativ verschiedenen Zustandsvariablen soll die kleinstmögliche sein. Die Differentialgesetze enthalten außer den Zustandsvariablen noch gewisse, zahlenmäßig bestimmte „Materialkonstanten"; genauer genommen gibt es also für verschiedene Stoffe verschiedene, aber „formal identische" Nahewirkungsgesetze. Während die Aufstellung der verschiedenen Arten von Differentialgesetzen durch Jaumann und Lohr bereits weitgehend gefördert ist, stellen die darin auftretenden Materialkonstanten einstweilen nur ein Provisorium der Kontinuitätstheorie dar. Im „vollendet" gedachten System der Nahewirkungsgesetze dürfen nur noch universelle Konstanten vorkommen, die Materialkonstanten sind daher durch bestimmte „Zustandsfunktionen" zu ersetzen, welche lediglich von Zustandsvariablen und universellen Konstanten abhängen. Hierbei können neue „stoffliche" Zustandsvariable erforderlich werden. — Im einzelnen werden dann noch nicht gelöste Schwierigkeiten der Kontinuitätstheorie besprochen; das Problem des „begrenzten Körpers", welcher als eine „bestimmte, verhältnismäßig beständige räumliche Zustandsstruktur" mit starkem „Eigenschaftsgefälle" in ihren „Grenzschichten" aufgefaßt wird; ferner die notwendige Ausschaltung des Bewegungs- und Geschwindigkeitsbegriffes aus der Kontinuitätstheorie, welche korpuskularer Herkunft sind; endlich die Reduktion der individuellen chemischen Zustandsvariablen auf wenige „chemische Grundvariable", für welche Lohr einen quasi-diskreten Typus erdacht hat. Daß diese Fragen noch nicht weitergehend gefördert sind, liegt nach dem Verf. nicht an der Kontinuitätstheorie, sondern an der minimalen Anzahl jener, welche sich dieser Denkrichtung und diesem Programme angeschlossen haben; würde die Kontinuitätstheorie über eine vergleichbare Fülle von Mitarbeitern gebieten können, wie die Korpuskulartheorie, so würden auch in ihrer Domäne ähnlich bedeutsame Erfolge zu verzeichnen sein, wie sie der Verf. auf seiten der Atomistik anerkennt. —

Das aufrichtige Streben des Verf. nach Objektivität würdigend, wird der Atomistiker von heute dieser Auffassung gleichwohl schwerlich beipflichten können. Der wissenschaftliche Aufschwung der atomistischen Denkart geht Hand in Hand mit der Sichersteilung universeller Konstanten durch die Experimentalphysik: Elektronenmasse und -ladung, Planckscher Wirkungsquantum, Ganzzahligkeit der Isotopenmassen. Der Atomistiker hat die Physik vom Standpunkt dieser sich ihm darbietenden universellen Konstanten aus theoretisch zu gestalten versucht und die Erfolge dieses Weges sind augenscheinliche. Der Kontinuitätstheoretiker aber muß das Problem gerade vom entgegengesetzten Ende aus anfassen; er muß die fertigen Differentialgesetze erst abwarten, bevor er methodisch darangehen darf, die Materialfunktionen auf universelle Konstanten zurückzuführen. So kommt es, daß ihm der Ertrag ausgedehnter, von der experimentellen Forschung eröffneter Gebiete bisher verschlossen bleiben mußte, daß der gesunde Instinkt einer von zeitweiligen methodischen Mängeln unbeschwerten Forschung sich dem heuristischeren Wege zugewendet hat. Die Sicherheit dieses kollektiven Instinktes wird auf das schlagendste durch die Entwicklung belegt, welche die Quantenlehre seit dem Abschluß des vorliegenden Büchleins genommen hat. Gerade die Verfolgung des korpuskularen Standpunktes bis zu seinen letzten Konsequenzen hat Fragen und Schwierigkeiten einer mindestens vorläufigen Lösung zugeführt, von derselben Art, welche die Kontinuitätstheorie einstweilen nur programmatisch gefordert hat, wie z. B. die Ausschaltung des korpuskularen Bewegungsbegriffes innerhalb der Atomlehre durch die Heisenbergsche Quantenmechanik. Oder man denke an die ganz kontinuitätstheoretisch anmutende „Einschränkung der Realität" von Materieteilchen und Lichtquanten! Ebenso ist die kontinuierlich-wellentheoretische Ausgestaltung der klassisch-korpuskularen Mechanik durch Schrödinger und ihr Zusammenfließen mit der Quantenmechanik primär unabhängig von kontinuitätstheoretischen Forderungen erfolgt. Die Gerechtigkeit gebietet freilich, die Priorität einer wellentheoretischen Auffassung der Materie Jaumanns Deutung der Kathoden- und Kanalstrahlen durch Longitudinalwellen zuzuerkennen; aber sie hat die Forschung nicht beeinflussen können und ist grundverschieden von de Broglies quantentheoretischen Phasenwellen." Jede Befürchtung, die theoretische Forschung habe sich von dem Programme einer kontinuitätstheoretischen Physik durch die Atomistik so weit ablenken lassen, daß einer Rückkehr zu ihm dauernd zunehmende Schwierigkeiten entgegenstünden, erscheint so durch die Tatsachen widerlegt. Und nicht nur das — wir glauben heute zu ahnen, daß es überhaupt keine rein kontinuierliche und keine rein korpuskulare Gestaltung der Physik geben kann,

welche der Summe unserer Erfahrung gerecht wird. Wohl scheinen es aber zwei entgegengesetzte Pole, zwei Grenzgebiete zu sein, deren Verschmelzung die Zukunft bringen mag. Wir können eben den Naturgesetzen keine formalen Vorschriften auferlegen, weder im einen, noch im anderen Sinne, ohne uns über die Erfahrungstatsachen hinwegzusetzen. Ob nicht auch der mutige Streiter wider die gesamte übrige Physik gewahr wird, wie der von ihm verfolgte Weg sich dieser kommenden, überlegenen Synthese angliedert? — Die ehrliche, anregende Art der vorliegenden Schrift wird jeden ihrer Leser dem Verf. zu Dank verpflichten. A. Smekal.

R. Emden, Thermodynamik der Himmelskörper. Sonderausgabe aus der Enzyklopädie der mathem. Wissenschaften. Gr. 8°. 164 S. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1926. M. 6.40.

R. Emden haben wir es nicht zum wenigsten zu verdanken, wenn es heute neben der theoretischen Astronomie als Teil der Mechanik eine theoretische Astrophysik gibt, die es sich als Hauptaufgabe stellt, aus den im physikalischen Laboratorium ermittelten Gesetzen einen Stern aufzubauen und in seinem Entwicklungsgang zu verfolgen. Zu einer Zeit, als diese Probleme noch völlig unbeachtet lagen, hat Emden die thermodynamischen Gesetze auf den Kosmos angewendet, und schließlich in den „Gaskugeln" (1907) seine Untersuchungen zusammenhängend dargestellt. Inzwischen ist bei den astrophysikalischen Untersuchungen, wieder unter führender Mitarbeit von Emden, die Strahlungsenergie neben Gravitations- und thermische Energie getreten, sind die Ergebnisse der Quanten- und Atomtheorie für unsere Aufgabe nutzbar gemacht worden, und wir sind dem Verf. zu großem Dank verpflichtet, daß er noch einmal eine dem heutigen Stand entsprechende Darstellung des ganzen Gebietes gibt. Es sei hervorgehoben, daß das Buch sich auf die theoretischen Grundlagen und Anwendungsmöglichkeiten einer Thermodynamik der Himmelskörper beschränkt; ein vor allem auf die beobachteten Erscheinungen eingehendes, modernes deutsches Werk ist zurzeit noch nicht vorhanden.

A. Kopff.

H. Kobold, Stellarastronomie. Sonderausgabe aus der Enzyklopädie der mathem. Wissenschaften. Gr. 8°. 138 S. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1926. M. 5.80.

Nach einer zusammenfassenden Darstellung des Beobachtungsmaterials und der älteren statistischen Untersuchungen über den räumlichen Aufbau des Sternsystems, wird ausführlicher, als es bisher wenigstens in deutschen Werken der Fall war, die Stellardynamik behandelt. Die hier auftretenden Probleme, die zuerst an die Ergebnisse der kinetischen Gastheorie anknüpften, entwickeln sich mehr und mehr zu einem selbständigen Zweig der statistischen Mechanik, dessen Weiterbildung allgemeineres Interesse beanspruchen dürfte.

A. Kopff.

Fr. Becker, Aus den Tiefen des Raumes. Der astronomischen Unterhaltungen zweiter Teil. 8°. 120 S. Mit 33 Abb. und 1 Sternkarte. Berlin u. Bonn, Ferd. Dümmler, 1926. Geb. M. 3.50.

Der Verf. gibt eine etwas breit gehaltene, aber doch ganz anschauliche erste Einführung in moderne Probleme der Stellarastronomie. A. Kopff.

E. Freundlich, Das Turmteleskop der Einsteinstiftung. 8°. 43 S. Mit 26 Abb. Berlin, J. Springer. 1927. M. 3.60.

Wir erhalten, durch zahlreiche Abbildungen unterstützt, einen Überblick über Anlage und Aufgaben des Einsteinturmes (Turmteleskop, Spektralanlage, elektr. Ofen, sowie Mikrophotometer). Die zum erstenmal konsequent durchgeführte Verbindung von Fernrohr und physikalischem Laboratorium machte mancherlei Neukonstruktionen notwendig, die hier im Zusammenhang dargestellt werden. A. Kopff.

Tagesereignisse.

Ernst Abbe-Gedächtnispreis für Mathematik und Physik: Der von der Carl Zeiss-Stiftung begründete Ernst Abbe-Gedächtnispreis zur Förderung der mathematischen und physikalischen Wissenschaften und deren Anwendungsgebiete sowie die mit dem Preise verbundene Abbe-Medaille kommt Ende des Jahres 1928 zum ersten Male für Anwendungsgebiete der Mathematik und Physik zur Vergebung. Das Preisgericht wird von den Herren Hecker-Jena, Prandtl-Göttingen, Zenneck-München, gebildet. Besondere Bewerbung ist nicht erforderlich.

Der erste mathematische Preis wurde 1924 Felix Klein für seine „Mathematischen Werke" zuerkannt, der erste physikalische Preis 1926 Prof. Wilhelm Wien-München, „Einem Meister der Theorie und des Experiments".

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Erlangen Dr. Friedrich Karl Schmidt für Mathematik.

Ernannt: Der a. o. Professor der Physik an der Universität Jena Dr. Hans Busch (unter Beibehaltung dieser Stellung) zum wissenschaftlichen Leiter der Schwachstrom-Abteilungen des Kabelwerkes Oberspree der A. E. G. Berlin, der Privatdozent an der Universität Marburg Dr. Maximilian Krafft zum a. o. Professor der Mathematik ebenda, R. Robinson von der Universität Birmingham zum Dozenten für physikalische Chemie an der Universität von Pennsylvania.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.